УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«УНИВЕРСИТЕТ УПРАВЛЕНИЯ «ТИСБИ»

Кафедра математики

Утверждаю
зав. кафедрой
Л.Р. Пантелеева
_____
Протокол заседания
кафедры № 9
от 06.04.2026

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Наименование дисциплины Высшая математика

По направлениям подготовки 38.03.04 «Государственное и муниципальное управление»

Профили подготовки: Государственное управление устойчивым развитием

Год набора: 2026

Составитель:

к.т.н., доц. Пантелеева Л.Р.

Казань

Содержание

1. Цели и задачи учебной дисциплины 3
2. Место дисциплины в структуре ОПОП 4
3. Требования к результатам освоения дисциплины 5
4. Структура и содержание дисциплины 6
4.1. Модульно-тематический план и пояснительная записка с указанием этапов формирования компетенций 6
4.2. Содержание дисциплины по темам (разделам) 12
4.3. Планы практических и семинарских занятий 14
5. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов 22
6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины 24
7. Материально-техническое обеспечение дисциплины 26
8. Оценка компетенций по изучаемой дисциплине 26
Приложение 1. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины 30
Приложение 2. Фонд оценочных средств для проведения текущей и промежуточной аттестации по дисциплине 32

1. Цели и задачи учебной дисциплины

Дисциплина «Высшая математика» является одним из фундаментов наук, необходимым для овладения теоретическими и практическими знаниями, лежащими в основе общенаучных дисциплин экономического профиля, а также дисциплин, изучающих конкретные задачи макро- и микроэкономики, финансов и бизнеса. Математика является не только средством решения прикладных задач, но и общепринятым универсальным языком науки, базисным элементом общей и профессиональной деятельности современного бакалавра.

Цель дисциплины – сформировать у будущего бакалавра комплекс знаний, умений и навыков (компетенций), которые позволят ему применять основные законы математики и методы математического анализа для решения профессиональных задач в экономической деятельности.

Задачи дисциплины:

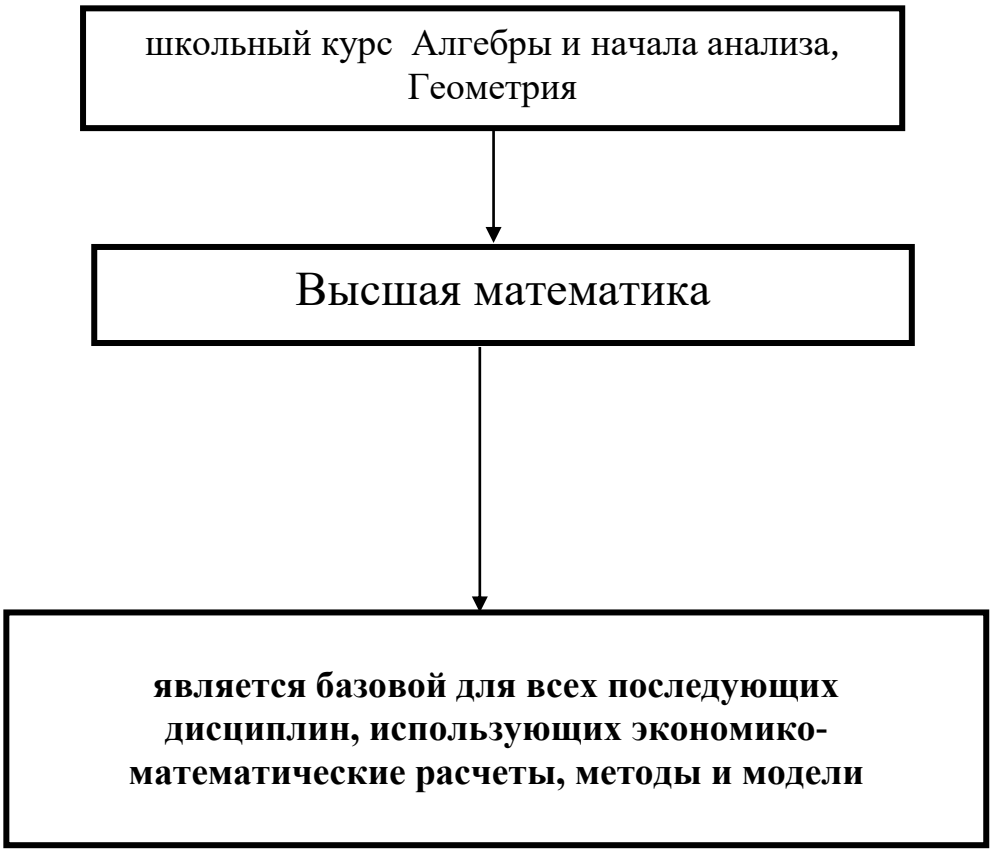
- ознакомить студентов с важнейшими математическими понятиями и утверждениями;
- научить студентов постановке математической модели стандартной задачи и анализу полученных знаний;
- привить студенту определенную грамотность, достаточную для самостоятельной работы с математической литературой;
- научить студентов применять базовые положения математики, методы математического анализа и моделирования для осуществления экономической деятельности.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП

Данная дисциплина относится к обязательной части Блока 1 учебного плана и находится во взаимосвязи с дисциплинами согласно карте межпредметных связей.

До начала изучения дисциплины «Высшая математика» у студента должны быть сформированы знания, умения и навыки, полученные в результате изучения школьного курса Алгебры и начала анализа, геометрии и элементы логики в соответствии со стандартами среднего образования.

Карта межпредметных связей



3. Требования к результатам освоения дисциплины

В результате освоения дисциплины у обучающегося в соответствии с ФГОС ВО формируются компоненты компетенции УК-1:

УК-1 СПОСОБЕН ОСУЩЕСТВЛЯТЬ ПОИСК, КРИТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ И СИНТЕЗ ИНФОРМАЦИИ, ПРИМЕНЯТЬ СИСТЕМНЫЙ ПОДХОД ДЛЯ РЕШЕНИЯ ПОСТАВЛЕННЫХ ЗАДАЧ

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

Знать основной математический инструментарий для анализа и систематизации информации при решении задач;

Уметь применять основной математический инструментарий и системный подход для анализа и решения поставленных задач;

Владеть математическим аппаратом и математической символикой, необходимыми для обработки и интерпретации информации при решении поставленных задач.

После освоения дисциплины студент должен получить следующие образовательные результаты соотнесённые с индикаторами достижения компетенций:

Декомпозиция компетенций

Индикаторы	**Результаты обучения по дисциплине**
Компетенция УК-1	
УК-1.1. Осуществляет поиск необходимой информации, производит её критический анализ и обобщает результаты анализа для решения поставленной задачи	**УК-1.1. З.3.** знает основной математический инструментарий для сбора, анализа и систематизации информации при решении задач; **УК-1.1. У.3.** умеет применять основной математический инструментарий для оценки, анализа и решения поставленных задач; **УК-1.1. В.3.** владеет математическим аппаратом и математической символикой, необходимыми для решения задач, обработки и интерпретации полученной информации.
УК-1.2. Использует системный подход для решения поставленных задач.	**УК-1.2. У.7** умеет применять системный подход при решении задач.

Этапы формирования выбранных компетенций (или их частей - ЗУВов) можно проследить по Пояснительной записке и модульно-тематическому плану дисциплины.

4. Структура и содержание дисциплины.

4.1. Модульно-тематический план и пояснительная записка с указанием этапов формирования компетенций

Общая трудоемкость дисциплины составляет 6 зачетных единиц (216 часов).

Наименование тем	**Количество ауд. часов**		**Самостоятельная работа (час.)** очная/очно-заочная	**Всего часов**	**Индикаторы компетенций**
	Лекции очная/очно-заочная	**Практика** очная/очно-заоч-ная			
Модуль 1 «Линейная алгебра»					
Тема 1: Матрицы. Операции над матрицами	2/1	2/1	2/4	6/6	**УК-1.1. УК-1.2.**
Тема 2: Определители. Свойства определителей. Вычисление определителей	-	4/1	2/5	6/6	
Тема 3: Обратные матрицы. Решение систем линейных алгебраических уравнений с помощью обратной матрицы. Формулы Крамера	2/-	4/1	2/7	8/8	
Тема 4: Ранг матрицы. Методы нахождения ранга матрицы	2/1	2/1	2/4	6/6	
Тема 5: Линейные операции над столбцами. Понятие линейной зависимости и линейной независимости столбцов	-	-	2/2	2/2	
Тема 6: Решение систем линейных алгебраических уравнений. Решение систем линейных однородных уравнений	2/2	4/1	2/5	8/8	
Модуль 2 «Элементы векторной алгебры и аналитической геометрии»					
Тема 7: Элементы векторной алгебры	2/-	2/1	2/5	6/6	**УК-1.1.**

Тема 8: Элементы аналитической геометрии на плоскости. Уравнения прямой на плоскости	2/-	4/2	2/6	8/8	**УК-1.2.**
Тема 9: Кривые второго порядка	1/-	4/-	4/9	9/9	
Тема 10: Комплексные числа	2/-	4/-	2/8	8/8	
Подготовка к зачёту	-	-	5/5	5/5	
Всего	15/4	30/8	27/60	72/72	
Модуль 3 «Дифференциальное исчисление»					
Тема 11: Множества. Функции	2/-	2/-	3/7	7/7	**УК-1.1. УК-1.2.**
Тема 12: Теория пределов и техника их вычисления	5/-	2/1	-/6	7/7	
Тема 13 Непрерывность функции	2/-	2/-	3/7	7/7	
Тема 14: Дифференциальное исчисление функции одной переменной	5/2	2/2	-/3	7/7	
Тема 15: Основные понятия функции нескольких переменных	3/-	2/1	-/4	5/5	
Тема 16: Экстремум функции двух переменных	-	3/-	8/11	11/11	
Модуль 4 «Интегральное исчисление»					
Тема 17: Неопределённый интеграл	5/1	3/-	-/7	8/8	**УК-1.1. УК-1.2.**
Тема 18: Определённый интеграл	4/-	2/2	2/6	8/8	
Тема 19: Геометрические приложения определенного интеграла	4/1	2/2	1/4	7/7	
Подготовка к зачёту	-	-	5/5	5/5	
Всего	30/4	20/8	22/60	72/72	
Модуль 5 «Теория вероятностей и математическая статистика»					
Тема 20: Основные понятия и определения теории вероятностей. Элементы комбинаторики	2/1	4/2	7/10	13/13	**УК-1.1. УК-1.2.**

Тема 21: Основные теоремы теории вероятностей	2/1	6/2	5/10	13/13	
Тема 22: Дискретные и непрерывные случайные величины	2/1	6/2	6/11	14/14	
Тема 23: Элементы математической статистики	4/1	4/2	6/11	14/14	
Подготовка к экзамену			18/18	18/18	
Всего	10/4	20/8	42/60	72/72	
Итого	**55/12**	**70/24**	**91/180**	**216**	

* Все практические занятия по данному курсу ведутся с элементами интерактивных методов обучения, отраженных в Пояснительной записке к модульному курсу.

Пояснительная записка с указанием этапов формирования компетенций

Курс «Высшая математика» изучается в течении 1 курса в соответствии с учебным планом данного направления и действующим Положением о модульно-рейтинговой системе организации учебного процесса Университета управления «ТИСБИ».

Данный модульный курс состоит из пяти модулей, порядок освоения которых выстраивает траекторию и этапы формирования заявленной компетенции (или её составляющих).

В курсе излагаются традиционные классические методы математического анализа, линейной алгебры, аналитической геометрии и теории вероятностей и математической статистики. Большое внимание уделяется решению задач методами, основанными на изложенной теории. Кроме того, студентам для самостоятельной работы предлагается изучить отдельные темы, упражнения и задачи, решение которых необходимо для приобретения компетенций.

В процессе обучения на основе инновационных интерактивных образовательных технологий формируются математические знания и умения будущих бакалавров. В связи с тем, что математика одна из сложных классических наук и придумать игровую ситуацию довольно сложно, то приходится применять следующие **интерактивные приёмы**, направленные на повышение образовательных результатов обучающихся за счет их эффективного встраивания в образовательный процесс:

1. Так как весь лекционный материал можно найти в учебнике, то студенту предлагается прийти на лекцию, предварительно ознакомившись с новым материалом в библиотеке, дома или в интернете. Это дает возможность эффективно работать в аудитории и читать не «монологическую лекцию», а в режиме диалогового взаимодействия, задавая вопросы, провоцируя студентов на дискуссию и обсуждение непонятых и спорных вопросов. Начиная доказывать ту или иную теорему, предлагается студенту продолжить и закончить начатое доказательство у доски, причем это может быть участие даже 2-х студентов у доски во время лекции. Тем самым студенты становится субъектами собственной деятельности, что является главным условием профессионального становления и развития личности.

2. Все практические занятия по математике проводятся с элементами интерактива и использования активно-познавательных методов. Более эффективно, на наш взгляд, использование **«метода запланированных ошибок»**, когда в процессе практического занятия на доске решаются пределы, производные и интегралы, заготовленные преподавателем дома, и в процессе решения каких-то задачах специально допущены ошибки. Студенты с большим удовольствием ищут эти ошибки, выходят к доске и исправляют их. Этот приём не даёт студентам лишний раз отвлекаться на занятиях, усиливает их познавательную мотивацию и формирует математическую грамотность студентов.

Модули 1 и 2 содержат элементы линейной, векторной алгебры и аналитической геометрии. В результате изученного материала студент

должен **знать** основы теории матриц и линейных уравнений, которые являются базовыми для многих дальнейших дисциплин, в частности для теории линейного программирования; а также основные приложения метода координат на плоскости, уравнения прямой на плоскости, линейные операции над векторами; должен **уметь** решать системы линейных уравнений различного типа и аналитически различать и определять кривые второго порядка; и **владеть** навыками в подборе методов решения систем уравнений и построения кривых второго порядка. Уметь применять математический инструментарий для сбора, анализа и систематизации информации.

Модуль заканчивается решением домашней и аудиторной (модульный срез) контрольной работы, которая оценивается по 100 балльной системе на основании Положения о МРС университета.

Модуль 3 содержит элементы теории пределов и раздел дифференциального исчисления. В результате студент должен **знать** понятие предела функции и основные теоремы о пределах, а так же **знать** понятия приращения и дифференциала функции; правила дифференцирования простой и сложной функций; **уметь** построить основные элементарные функции, пользоваться таблицей производных и исследовать функции с помощью производных; а так же должен **владеть** навыками техники вычисления пределов функции и навыками работы с функциями нескольких переменных, которые в последствии используются в изучении других разделов математики. Уметь применять математический инструментарий для сбора, анализа и систематизации информации. Уметь применять математический аппарат для расчёта и анализа экономических показателей. Модуль заканчивается аудиторной контрольной работой (модульный срез) и домашней расчетной работой по исследованию функций с помощью производной.

Модуль 4 содержит раздел интегрального исчисления. В результате изучения которого, студенты должны **знать** основные понятия и свойства неопределенного и определённого интегралов; **уметь** пользоваться таблицей

основных неопределённых интегралов; а также **владеть** методами интегрирования определенного, неопределенного и несобственного интегралов, в том числе для вычисления площади фигур. Уметь применять математический инструментарий для сбора, анализа и систематизации информации. Уметь применять математический аппарат для расчёта и анализа экономических показателей. Модуль заканчивается индивидуальной домашней контрольной работой по вариантам.

Модуль 5 курса «Высшая математика» содержит элементы теории вероятностей и математической статистики. В результате прохождения данного модуля студенты должны **знать** основные понятия теории вероятностей, изучить случайные величины и их числовые характеристики; **уметь** использовать теоремы сложения, умножения вероятностей для решения задач; а также **владеть** статистическими методами обработки экспериментальных данных. Уметь применять математический инструментарий для сбора, анализа и систематизации информации, умеет проводить решение задач математической статистики в табличном процессоре Excel. Данный модуль заканчивается аудиторной контрольной работой (модульный срез)

По завершению первого курса студент сдает экзамен.

Результаты всех модулей оцениваются исходя из 100-балльной системы (на основании Положения о МРС УУ «ТИСБИ»). Семестровая оценка выводится нахождением среднего по модулям, умноженного на 0,6. Экзаменационная оценка рассчитывается исходя из 100 баллов и результат умножается на 0,4. Итоговая оценка по курсу «Высшая математика» в виде суммы двух оценок (семестровой и экзаменационной) проставляется в баллах в ведомость, выданную деканатом.

4.2 Содержание дисциплины по темам (разделам)

Модуль 1 «Линейная алгебра»
Тема 1. Матрицы. Операции над матрицами

Основные понятия теории матриц. Разновидности матриц. Алгебра матриц: сумма матриц, умножение матриц на число, произведение матриц. Перестановочные матрицы. Основные свойства операций над матрицами.

Тема 2. Определители. Свойства определителей. Вычисление определителей

Определители 2-ого и 3-его порядка. Правило Саррюса. Свойства определителей. Понятие минора и алгебраического дополнения. Определители 4-ого порядка и выше. Правило разложения определителя по строке или столбцу.

Тема 3. Обратные матрицы. Решение систем линейных алгебраических уравнений с помощью обратной матрицы. Формулы Крамера

Понятие присоединённой (союзной) матрицы. Понятие обратной матрицы и её свойства. Правило нахождения обратной матрицы.

Матричная форма записи СЛАУ. Решение матричных уравнений.

Системы трёх уравнений с тремя неизвестными. Формулы Крамера.

Тема 4. Ранг матрицы. Методы нахождения ранга матрицы

Элементарные преобразования матриц. Понятие ранга матрицы, его свойства и методы нахождения. Ранг канонической матрицы.

Тема 5. Линейные операции над столбцами. Понятие линейной зависимости и линейной независимости столбцов

Линейные операции над столбцами. Понятие линейной зависимости и линейной независимости столбцов

Тема 6. Решение систем линейных алгебраических уравнений. Решение систем линейных однородных уравнений

Понятие расширенной матрицы. Теорема Кронекера-Капелли. Решение невырожденных линейных систем. Решение СЛАУ методом Гаусса.

Понятие тривиального решения СЛАУ. Необходимое и достаточное условие существования решения однородной СЛАУ.

Модуль 2 «Элементы векторной алгебры и аналитической геометрии»

Тема 7. Элементы векторной алгебры.

Основные понятия. Линейные операции над векторами. Проекция вектора на ось. Разложение вектора по ортам координатных осей. Направляющие косинусы. Скалярное и векторное произведение векторов, их свойства. Смешанное произведение векторов.

Тема 8. Элементы аналитической геометрии на плоскости Уравнения прямой на плоскости.

Декартова и полярная системы координат. Основные приложения метода координат на плоскости. Линии на плоскости. Уравнения прямой на плоскости. Угол между прямыми и условия параллельности и перпендикулярности двух прямых. Расстояние от точки до прямой.

Тема 9. Кривые второго порядка.

Уравнения поверхности и линии в пространстве. Прямая и плоскость в пространстве. Общий вид уравнений кривых второго порядка. Окружность.

Эллипс. Гипербола. Парабола. Основные характеристики кривых второго порядка.

Тема 10. Комплексные числа

Основные понятия. Геометрическое изображение комплексного числа. Форма записи комплексного числа. Действия над комплексными числами.

Модуль 3 «Дифференциальное исчисление»

Тема 11. Множества. Функции

Множества. Операции над множествами. Понятие функции и её основные свойства. Способы задания функции. Основные элементарные функции и их графики.

Тема 12. Теория пределов и техника их вычисления

Предел числовой последовательности. Теорема Вейерштрасса. Предел функции и его геометрический смысл. Основные теоремы о пределах функции. Бесконечно большая и бесконечно малая функции (основные теоремы). Определённые и неопределённые выражения. Раскрытие неопределённостей (0/0);(∞/∞); (∞- ∞). Первый и второй замечательные пределы.

Тема 13. Непрерывность функции.

Основные теоремы о непрерывных функциях. Точки разрыва и их классификация.

Тема 14. Дифференциальное исчисление функции одной переменной

Понятие приращения функции. Определение производной функции. Геометрический смысл производной. Теорема о непрерывности дифференцируемой функции. Правила дифференцирования функции. Техника дифференцирования сложной функции**.** Производная от сложной функции. Производная обратной и неявной функции. Производные высших порядков. Понятие дифференциала функции, его основные свойства и геометрический смысл. Основные теоремы о дифференциалах. Дифференциал сложной функции. Приближённые вычисления с помощью дифференциала.

Тема 15. **Основные понятия функции нескольких переменных**

Понятие функции двух переменных. Частные производные первого и второго порядков.

Тема 16. Экстремум функции двух переменных

Необходимое и достаточное условия нахождения экстремумов двух переменных. Условный экстремум функции двух переменных.

Модуль 4. «Интегральное исчисление»

Тема 17. Неопределённый интеграл

Понятие неопределённого интеграла и его геометрический смысл. Семейство интегральных кривых. Таблица основных неопределённых интегралов. Основные свойства неопределённого интеграла. Интегралы от основных элементарных функций.

Метод непосредственного интегрирования. Метод замены переменных. Интегрирование по частям. Интегрирование рациональных и дробно-рациональных функций. Разложение правильных дробей на элементарные. Интегрирование иррациональных выражений. Интегрирование тригонометрических функций. Универсальная подстановка.

Тема 18. Определённый интеграл

Понятие определённого интеграла и его свойства. Геометрический и физический смысл определённого интеграла. Теорема Коши. Формула Ньютона-Лейбница, как основная формула интегрального исчисления. Метод замены переменных и интегрирование по частям в определённом интеграле.

Тема 19. Геометрические приложения определенного интеграла

Вычисление площади фигуры. Вычисление площади поверхности вращения. Объём тела вращения.

Модуль 5 «Теория вероятностей и математическая статистика»

Тема 20. Основные понятия и определения теории вероятностей. Элементы комбинаторики

Случайные события. Понятие классической вероятности. Элементы комбинаторики: перестановки, размещения и сочетания.

Тема 21. Основные теоремы теории вероятностей

Теоремы сложения и умножения вероятностей для совместных и несовместных событий. Понятие условной вероятности. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Формула Бернулли.

Тема 22. Дискретные и непрерывные случайные величины

Закон распределения дискретной случайной величины. Функция распределения. Числовые характеристики дискретной случайной величины. Непрерывная случайная величина. Функция плотности распределения. Числовые характеристики непрерывных случайных величин. Нормальный закон распределения. Функция Лапласа. Предельные теоремы.

Тема 23. Элементы математической статистики

Статистическое распределение выборки. Статистические оценки параметров распределения. Статистическая проверка статистических гипотез. Марковские цепи.

4.3. Планы практических и семинарских занятий

На всех практических занятиях для отработки умения и навыка заявленной компетенции преподаватель предлагает студентам решать примеры из задачников, методичек или составленных преподавателем самостоятельно, выписывая исходные данные на классическую доску в аудитории. Задачник приносит преподаватель на занятие.

Модуль 1 «Линейная алгебра»

Тема 1. Матрицы. Операции над матрицами

Примеры задач:

1. Найти сумму матриц **-2A + 3B ,** если $\mathbf{A}=\begin{pmatrix}1 & 3 & 2\\ 3 & -1 & 4\\ 2 & -5 & 3\end{pmatrix}$, $\mathbf{B}=\begin{pmatrix}2 & 5 & 4\\ 1 & 3 & -2\\ 3 & 4 & -1\end{pmatrix}$

2. Найти произведение матриц **AB** и **BA ,** если $\mathbf{A}=\begin{pmatrix}3 & -2\\ 5 & -4\end{pmatrix}$, $\mathbf{B}=\begin{pmatrix}3 & 4\\ 2 & 5\end{pmatrix}$

3. Найти произведение матриц **AB** и **BA,** если

$\mathbf{A}=\begin{pmatrix}1 & 2 & -1\\ 2 & -1 & 2\\ -2 & 3 & 1\end{pmatrix}$, $\mathbf{B}=\begin{pmatrix}2 & 1 & 1\\ 3 & -2 & 1\\ -2 & 4 & 0\end{pmatrix}$

4. Найти произведение матриц $\mathbf{A}=\begin{pmatrix}1 & -1 & 2\\ 3 & 0 & -4\\ 2 & 3 & -5\end{pmatrix}$ и $\mathbf{B}=\begin{pmatrix}1\\ 2\\ 3\end{pmatrix}$

5. Произвести действия над матрицами: A*C+B

$$A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ -1 & 1 & 2\\ 2 & 7 & 11\end{pmatrix};\qquad B=\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ 2 & 1 & -1\\ 3 & 3 & 2\end{pmatrix};\qquad C=\begin{pmatrix}2 & -1 & 1\\ 3 & 2 & 2\\ 1 & -2 & 2\end{pmatrix}.$$

Тема 2. Определители. Свойства определителей. Вычисление определителей

Примеры задач:

1. Вычислить определитель 2 – ого порядка

1) $\begin{vmatrix}3 & 8\\ 2 & 6\end{vmatrix}$, **2)** $\begin{vmatrix}\cos\alpha & -\sin\alpha\\ \sin\alpha & \cos\alpha\end{vmatrix}$, **3)** $\begin{vmatrix}\sqrt{a} & -1\\ a & \sqrt{a}\end{vmatrix}$

2. Вычислить определители, разложив их по элементам указанного ряда

4) $\begin{vmatrix}3 & 2 & -1\\ 4 & 3 & -2\\ 1 & 5 & 1\end{vmatrix}$ (по 2 столбцу),**5)** $\begin{vmatrix}0 & 1 & 1\\ 2 & 1 & -1\\ 3 & 2 & -2\end{vmatrix}$ (по 3строке),**6)** $\begin{vmatrix}1 & 1 & 1\\ 2 & 4 & 3\\ -3 & 2 & -5\end{vmatrix}$ (по 1столбцу)

3. Упростить и вычислить определители

7) $\begin{vmatrix}3 & 2 & 5 & -2\\ 6 & 4 & 3 & 8\\ 5 & 4 & 3 & 7\\ 3 & 3 & 10 & 9\end{vmatrix}$, **8)** $\begin{vmatrix}2 & 1 & 4 & 8\\ 1 & 3 & -6 & 2\\ 3 & -2 & 2 & -2\\ 2 & -1 & 2 & 0\end{vmatrix}$, **9)** $\begin{vmatrix}-1 & 1 & 4 & 8\\ 3 & 3 & -6 & 2\\ 8 & -2 & 2 & -2\\ 4 & -1 & 2 & 0\end{vmatrix}$, **10)** $\begin{vmatrix}2 & -1 & 4 & 8\\ 1 & 3 & -6 & 2\\ 3 & 8 & 2 & -2\\ 2 & 4 & 2 & 0\end{vmatrix}$

Тема 3. Обратные матрицы. Решение систем линейных алгебраических уравнений с помощью обратной матрицы. Формулы Крамера

Примеры задач:

Найти обратную матрицу к данной:

1. $A=\begin{pmatrix} 3 & -1 & -1 \\ 2 & 2 & 4 \\ -1 & -3 & 1 \end{pmatrix}$; **2.** $\mathbf{B}=\begin{pmatrix} -8 & 3 & 0 \\ -5 & 9 & 0 \\ -2 & 15 & 0 \end{pmatrix}$; 3. X **=** $\begin{pmatrix} 3 & 9 & 7 \\ 1 & 0 & 4 \\ 7 & 5 & 1 \end{pmatrix}$

4. Решить системы уравнений методом Крамера

а) $\begin{cases} x+2y+3z=4 \\ 2x+y-z=3 \\ 3x+3y+2z=10 \end{cases}$ **; б)** $\begin{cases} x+2y+3z=4 \\ 2x+4y+6z=3 \\ 3x+y-z=1 \end{cases}$;

Тема 4: Ранг матрицы. Методы нахождения ранга матрицы

Найти ранг матрицы:

1. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 0 \end{pmatrix}$.

2. $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 6 & 1 & -2 \end{pmatrix}$.

3. $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 5 & 6 \\ 1 & 1 & 3 & 5 \\ 1 & -5 & 1 & -3 \end{pmatrix}$.

По **теме 5** практические занятия не предусмотрены модульно-тематическим планом.

Тема 6. Решение систем линейных алгебраических уравнений. Решение систем линейных однородных уравнений

Примеры задач:

Решить системы уравнений методом Гаусса

1. $\begin{cases} x+2y+z=4 \\ 3x-5y+3z=1 \\ 2x+7y-z=8 \end{cases}$; 2. $\begin{cases} x-y+z=1 \\ x+y-z=2 \\ 5x+y-z=7 \end{cases}$; 3. $\begin{cases} x+2y+3z=4 \\ 2x+y-z=3 \\ 3x+3y+2z=7 \end{cases}$

4. $\begin{cases} x+2y+3z=4 \\ 2x+y-z=3 \\ 3x+3y+2z=10 \end{cases}$; 5. $\begin{cases} x+2y+3z=4 \\ 2x+4y+6z=3 \\ 3x+y-z=1 \end{cases}$; 6. $\begin{cases} 2x_1+2x_2-x_3+x_4=4 \\ 4x_1+3x_2-x_3+2x_4=6 \\ 8x_1+5x_2-3x_3+4x_4=12 \\ 3x_1+3x_2-2x_3+2x_4=6 \end{cases}$

7. $\begin{cases} 2x_1+x_2+x_3=2 \\ x_1+3x_2+x_3=5 \\ x_1+x_2+5x_3=-7 \\ 2x_1+3x_2-3x_3=14 \end{cases}$

$$8.\begin{cases} -5x+y+z &= 0 \\ x-6y+z &= 0 \\ x+y-7z &= 0 \end{cases} 9.\begin{cases} 3x+2y-z &= 0 \\ 2x-y+3z &= 0 \\ x+3y-4z &= 0 \end{cases} 10.\begin{cases} 3x+2y-z &= 0 \\ 2x-y+3z &= 0 \\ x+y-z &= 0 \end{cases}.$$

Модуль 2. «Элементы векторной алгебры и аналитической геометрии»

Тема 7. Элементы векторной алгебры

Примеры задач:

1. Дано $|\bar{a}| = 3$, $|\bar{b}| = 2$. Найти: а) скалярное произведение векторов $\bar{c} = -5\,\bar{a} + 1\,\bar{b}$; $\bar{d} = 2\,\bar{a} + 3\,\bar{b}$, если $(\bar{a},\hat{}\,\bar{b}) = \pi/3$.

б) модуль векторного произведения $|\bar{c} \times \bar{d}|$, если $(\bar{a},\hat{}\,\bar{b}) = \pi/2$.

2. Даны координаты 4 точек A(3; -1; 2), B(2; 4;-1), C(-1 ; 5; 3), D(-4; 3; 2) .

Найти : а) координаты векторов $\overline{AB}$, $\overline{CD}$, $2\overline{AB} + 3\overline{CD}$; б) модули векторов $\overline{AB}$, $\overline{CD}$; в) скалярное произведение $\overline{AB}$ и $\overline{CD}$; г) косинус угла между векторами $\overline{AB}$ и $\overline{CD}$; д) проекцию вектора $\overline{AB}$ на направление вектора $\overline{CD}$; е) направляющие косинусы векторов $\overline{AB}$, $\overline{CD}$; ж) векторное произведение $\overline{AB}$ и $\overline{CD}$; з) площадь треугольника, построенного на векторах $\overline{AB}, \overline{CD}$; и) смешанное произведение $\overline{AB}\ \overline{CD}\ \bar{b}$, где $\bar{b} = \mathrm{i} + 2\mathrm{j} + 3\mathrm{k}$; к) объем пирамиды ABCD.

Тема 8. Элементы аналитической геометрии на плоскости. Уравнения прямой на плоскости

Примеры задач:

1) Даны вершины ΔABC: $A(2;1)$, $B(-1;-1)$, $C(3;2)$. Составить уравнение высоты треугольника.

2) Найти длину высоты BD треугольника с вершинами $A(-3;0)$, $B(2;5)$, $C(3;2)$.

3) Даны уравнения двух сторон прямоугольника: $2x - 3y + 5 = 0$ и $3x + 2y - 7 = 0$ и одна из его вершин $(2;-3)$. Составить уравнения для остальных сторон прямоугольника.

4) Даны вершины ΔABC: $A(1;1)$, $B(4;5)$, $C(13;-4)$. Составить уравнение высоты треугольника из вершины C и медианы из вершины B.

5) Даны уравнения двух сторон ромба $3y - x = 0$, $3y + x = 0$ и точка пересечения их диагоналей $(0;3)$. Найти длину высоты и уравнения диагоналей.

6) Через точки $M(-1;2)$ и $N(2;3)$ проведена прямая. Определить точки пересечения этой прямой с осями координат и найти уравнение перпендикуляра к прямой MN в точке M.

Тема 9. Кривые второго порядка

Примеры задач:

1) Найти уравнение плоскости, проходящей через две данные прямые $\frac{x-1}{2}=\frac{y-5}{1}=\frac{z+5}{-3}$, $\frac{x-6}{2}=\frac{y+3}{1}=\frac{z+2}{-3}$.

2) Найти расстояние от точки $M(-1; 3; 5)$ до плоскости, проходящей через точку $A(2;-2; 1)$ перпендикулярно прямой $\frac{x-1}{1}=\frac{y+2}{3}=\frac{z+1}{-2}$.

3) Найти уравнения плоскости, проходящей через точки $A(0; 3; 3)$, $B(3; 1; -5)$ и параллельной оси Ox.

4) Найти расстояние от точки $A(1; -2; 3)$ до плоскости, проходящей через точку $M(-1; 2; 3)$ и ось Oy.

5) Найти каноническое уравнение прямой, проходящей через точку $M(0; 1; 2)$ параллельно прямой $\begin{cases} x-2y+3z=0 \\ x-7y-4z=0 \end{cases}$.

6) Найти угол между прямыми $\begin{cases} 2x+2y-3z=0 \\ 2x+y-z+7=0 \end{cases}$, $\begin{cases} x+2y+7=0 \\ 3x+2y+z=0 \end{cases}$.

7) Найти угол между плоскостью $x + 2y - z + 2 = 0$ и плоскостью, проходящей через точки $A(2; -2; -3)$, $B(3; 0; -5)$, $C(5; -2; 0)$.

8) Привести к каноническому виду следующие уравнения и построить соответствующие кривые:

1) $4x^2 + 9y^2 - 16x - 18y - 11 = 0$;
2) $x^2 + 2x - y = 0$;
3) $x^2 - 9y^2 + 6x + 18y - 9 = 0$;
4) $9x^2 + y^2 - 18x + 2y + 1 = 0$;
5) $2x^2 + 4x + y - 2 = 0$;
6) $3x^2 - 6x - y + 2 = 0$;
7) $x^2 + 4y^2 - 8x - 9y + 16 = 0$;
8) $4x^2 + 8x - y - 5 = 0$;
9) $9x^2 - y^2 + 18x + 2y - 1 = 0$;
10) $9x^2 - 4y^2 + 36x + 16y - 16 = 0$.

Тема 10. Комплексные числа

Примеры задач:

1. Найти z_1+z_2, z_1-z_2, $z_1 \cdot z_2$, если $z_1=1-2i$, $z_2=1+2i$

2. Представить числа в алгебраической форме:

$$1)\ \frac{5i}{1+2i},\quad 2)\ \frac{3+4i}{i},\quad 3)\ \frac{(3+2i)^2}{i-1}-\frac{i}{1+i},\quad 4)\ \frac{18}{\sqrt{5}-2i},$$

3. Найти модули и главные значения аргументов комплексных чисел

$$1)\ -i,\quad 2)\ -1,\quad 3)\ 1-i,\quad 4)\ \frac{1}{1+i},\quad 5)\ -\frac{\sqrt{3}}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2},\quad 6)\ (i+1)(i-2),$$

4. Представить в тригонометрической форме числа:

$$1)\ (2+i)^6,\quad 2)\ (-1+i\sqrt{3})^{60},\quad 3)\ \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{100},\quad 4)\ \frac{\sqrt{3}}{2}-i\frac{1}{2}.$$

5. Найти все значения корней:

1) $\sqrt[3]{-1}$, 2) $\sqrt{1+i\sqrt{3}}$, 3) $\sqrt[4]{1+i}$, 4) $\sqrt[4]{-2+i}$, 5) $\sqrt[4]{-16}$,

Модуль 3 «Дифференциальное исчисление»

Тема 11. Множества. Функции

Примеры задач:

Найти область определения функции: $y=\frac{1}{\sqrt{3x-x^2-2}}$; $y=\ln\sin\frac{x}{2}$,

нарисовать прикидочный график.

Тема 12. Теория пределов и техника их вычисления

Примеры задач:

Вычислить пределы функций

а) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{3x^5-x^2+x}{x^5-2}$, б) $\lim\limits_{x\to 3}\frac{x^2-x-6}{2x^2+x-21}$,

в) $\lim\limits_{x\to 1}\frac{\sqrt{1+3x^2}-2}{x^2-x}$; г) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{5x}{\arcsin 3x}$; д) $\lim\limits_{x\to+\infty}(x+2)[\ln(2x-3)-\ln(2x+1)]$

Тема 13. Непрерывность функции

Примеры задач:

1. Будет ли непрерывной функция $f(x)=\begin{cases}\frac{\sin x}{x} \text{ при } x\neq 0\\ 0 \text{ при } x=0\end{cases}$

2. Найти точки разрыва функции $y=\frac{(x-2)}{(x+5)\cdot\ln x}$

Тема 14. Дифференциальное исчисление функции одной переменной

Примеры задач:

1. Найти участки монотонности и указать характер монотонности функций:

$y=x^3-3x^2$; $f(x)=\sqrt[3]{x^2}$; $f(x)=4x^3-3x,\ x\in(-1,1)$;

2. Указать наибольшее M и наименьшее m значения функции

$f(x)=4x^3-3x,\ x\in(-1,1)$.

3. Построить графики (указав асимптоты) функций: $y=\frac{x^2-1}{x}$, $y=\frac{x^2}{x-2}$,

$y=\frac{x^2(x-1)}{(x+1)^2}$.

4. Исходя из определения асимптоты, проверить, является ли прямая

$y = 2x + 1$ асимптотой для функции $y = \dfrac{2x^4 + x^3 + 1}{x^3}$.

5. Найти производные следующих функций

а) $y = \sqrt[3]{x + \sqrt{x}}$; б) $y = \dfrac{1 + \sin 2x}{1 - \sin 2x}$; в) $y = 5^{\operatorname{arctg}^2 x}$.

Тема 15. Основные понятия функции нескольких переменных

Примеры задач:

Найти частные производные первого порядка по независимым переменным

1. $z = \ln\left(x + \sqrt{x^2 + y^2}\right)$, 2. $z = e^{-x/y}$, 3. $u = x^{\frac{y}{z}}$

Тема 16: Экстремум функции двух переменных

Примеры задач:

Исследовать на экстремум функцию:

1. $f(x, y) = x^2 + xy + y^2 - 2x - 3y + 17/3$
2. $f(x, y) = -x^2 + xy - y^2 - 9x + 3y - 20$

Модуль 4 «Интегральное исчисление»

Тема 17. Неопределённый интеграл

Примеры задач:

1. $\int 2x\sqrt{x^2 + 1}dx$, 2. $\int x^2 \cdot \sqrt{x^3 + 2}dx$, 3. $\int \dfrac{x^4 dx}{\sqrt{4 + x^5}}$,

4. $\int arctg\sqrt{x}dx$, 5. $\int \ln(x^2 + 1)dx$, 6. $\int x^2 e^{-x}dx$

Тема 18. Определённый интеграл

Примеры задач:

1. $\int_0^1 \sqrt{1 + x}dx$, 2. $\int_{-2}^{-1} \dfrac{dx}{(11 + 5x)^3}$, 3. $\int_2^{13} \dfrac{dx}{\sqrt[5]{(3 - x)^4}}$, 4. $\int_4^9 \dfrac{y - 1}{\sqrt{y} + 1}dy$

Тема 19. Геометрические приложения определенного интеграла

1. Вычислить площадь фигуры, заключенной между линиями $y = \dfrac{1}{1 + x^2}$ и $y = \dfrac{x^2}{2}$.

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линией $y = x(x - 1)^2$ и осью абсцисс.

Модуль 5. «Теория вероятностей и математическая статистика»

Тема 20. Основные понятия и определения теории вероятностей. Элементы комбинаторики

Примеры задач:

1. Даны цифры 1, 3, 4, 5, 7, 9. Сколько всего шестизначных четных чисел можно составить из этих цифр, если цифры не повторяются.

2. Сколько можно составить двузначных нечетных чисел из нечетных цифр, если цифры не повторяются?

3. В наличие 5 различных книг. Сколькими способами можно выбрать из них две книги?

Тема 21. Основные теоремы теории вероятностей.

Примеры задач:

1. Стрелок стреляет по мишени, разделенной на две части. Вероятности попадания в эти области соответственно равны 0,4 и 0,3. Найти вероятности а) попадания либо в первую, либо во вторую зону; б) промаха в мишень.

2. На складе готовой продукции находятся изделия, среди которых 5% нестандартных. Найти вероятность того, что при выдаче изделия со склада оно будет стандартным.

3. В магазине 10 телевизоров, из которых 2 неисправных. Найти вероятность того, что среди наудачу взятых 3-х телевизоров будет хотя бы один неисправный.

4. Вероятность заболевания гриппом во время эпидемии равна 0,4. Найти вероятность того, что из шести сотрудников фирмы заболеют четыре человека.

Тема 22. Дискретные и непрерывные случайные величины

Примеры задач:

1. Из урны, содержащей 3 белых и 5 черных шаров, наугад извлекают три шара. Пусть X-число вынутых черных шаров. Построить ряд распределения случайной величины X и найти ее математическое ожидание.

2. Два стрелка стреляют по мишени по два раза. Вероятность попадания для первого стрелка равна 0,5, для второго 0,6. Построить ряд распределения случайной величины X-общего числа попаданий, найти математическое ожидание и дисперсию.

Тема 23. Элементы математической статистики

Примеры задач:

1. Записать в виде вариационного и статистического рядов выборку:

5, 3, 7, 10, 5, 5, 2, 10, 7, 2, 7, 7, 4, 2,4.

Определить размах выборки, частоты и относительные частоты вариант.

2. Представить выборку 55 наблюдений в виде таблицы частот, используя одиннадцать интервалов группировки. Выборка:

17 19 23 18 21 15 16 13 20 18 15

20 14 20 16 14 20 19 15 19 16 19

15 22 21 12 10 21 18 14 14 17 16

13 19 18 20 24 16 20 19 17 18 18

21 17 19 17 13 17 11 18 19 19 17

3. Построить гистограмму частот группированной выборки примера 2.

4. Составить эмпирическую функцию распределения по исходной выборке.

5. По выборке (объемом n = 55):

19 20.3 15.4 17.2 19.2 23.3 18.1 21.9 15.3 16.8 13.2 20.4 16.5 19.7 20.5 14.3 20.1 16.8 14.7 20.8 19.5 15.3 19.3 17.8 16.2 15.7 22.8 21.9 12.5 10.1 21.1 18.3 14.7 14.5 18.1 18.4 13.9 19.8 18.5 20.2 23.8 16.7 20.4 19.5 17.2 19.6 17.8 21.3 17.5 19.4 17.8 13.5 17.8 11.8 18.6 19.1

Необходимо построить статистическое распределение выборки и найти среднюю выборочную.

5. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Самостоятельная работа студентов регламентируется Положением об организации самостоятельной работы студентов.

Основными видами учебных занятий для студентов по данному курсу учебной дисциплины являются: лекции, практические занятия и самостоятельная работа студентов. Самостоятельная работа студентов является составной частью их учебной работы и имеет целью закрепление и углубление полученных знаний, умений и навыков, поиск и приобретение новых знаний.

Самостоятельная работа студентов включает в себя освоение теоретического материала на основе лекций, основной и дополнительной

литературы; подготовку к семинарским занятиям в индивидуальном и групповом режиме. Советы по самостоятельной работе с точки зрения использования литературы, времени, глубины проработки темы и др., а также контроль за деятельностью студента осуществляется во время семинарских занятий.

Целью преподавателя является стимулирование самостоятельного, углублённого изучения материала курса, хорошо структурированное, последовательное изложение теории на лекциях, отработка навыков решения задач и системного анализа ситуаций на семинарских занятиях, контроль знаний студентов.

При подготовке к семинарским занятиям и выполнении контрольных заданий студентам следует использовать литературу из приведенного в данной программе списка, а также руководствоваться указаниями и рекомендациями преподавателя.

Перед каждым семинарским занятием студент изучает план семинарского занятия с перечнем тем и вопросов, списком литературы и домашним заданием по вынесенному на семинар материалу.

Студенту рекомендуется следующая схема подготовки к семинарскому занятию и выполнению домашних заданий:

- проработать конспект лекций;
- проанализировать основную и дополнительную литературу, рекомендованную по изучаемому разделу (модулю);
- изучить решения типовых задач;
- решить заданные домашние задания;
- при затруднениях сформулировать вопросы к преподавателю.

В конце каждого практического занятия студенты получают «домашнее задание» для закрепления пройденного материала. Домашние задания необходимо выполнять к каждому семинарскому занятию. Сложные вопросы можно вынести на обсуждение на семинар или на индивидуальные консультации. Контрольные работы состоят из вопросов и задач, аналогичным задачам домашних заданий. Они оцениваются по 100 балльной системе в соответствии с Положением о модульно-рейтинговой системе организации учебного процесса и оценки успеваемости студентов, и выполняются в учебные часы по расписанию в виде письменного решения индивидуальных контрольных заданий. Далее по разделам приводятся примерные варианты контрольных заданий.

Для более глубокого освоения дисциплины студентам рекомендуется больше решать задач из базового учебного пособия. На семинарских занятиях приветствуется способность на основе полученных знаний находить наиболее эффективное решение поставленных проблем.

Контроль над ходом и результатами самостоятельной работы студентов может осуществляться в сплошной, индивидуальной, выборочной формах.

В процессе самостоятельного изучения студент обязан проработать перечисленные ниже темы, для углубления теоретических знаний и

практических навыков, на основании методических рекомендаций по самостоятельной работе.

Темы для самостоятельного изучения

1. Цилиндрические поверхности.
2. Поверхности вращения. Конические поверхности.
3. Канонические уравнения поверхностей второго порядка.
4. Евклидово пространство, основные аксиомы, примеры.
5. Неравенство Коши-Буняковского.
6. Процесс ортогонализации. Координаты вектора в ортонормированном базисе.
7. Подпространство, его базис, размерность. Матрица перехода. Примеры подпространств.
8. Ортогональные операторы. Ортогональные матрицы.
9. Линейная матричная модель международной торговли, или модель взаимных закупок товаров
10. Положительные матрицы экспертных оценок и вычисление на их основе вектора приоритетов целей социально-экономического развития.
11. Алгебра неотрицательных матриц в анализе социально-управленческой информации.
12. Приведение матрицы к диагональному виду в целях формирования наиболее информативных социально-экономических индикаторов (комплексных индексных показателей).
13. Решение задач математической статистики в Mathcad.
14. Вычисление границ доверительных интервалов в Excel.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

Основная литература:

1. Алексеев Г.В. Курс высшей математики для гуманитарных направлений : учебное пособие / Алексеев Г.В., Холявин И.И.. — 2-е изд. — Москва : Ай Пи Ар Медиа, 2025. — 264 с. — ISBN 978-5-4497-3851-6. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: https://www.iprbookshop.ru/145150.html

2. Канарейкин, А. И. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник / А. И. Канарейкин. — Москва, Вологда : Инфра-Инженерия, 2024. — 136 с. — ISBN 978-5-9729-1976-5. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: https://www.iprbookshop.ru/144582.html

3. Балдин, К. В. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник / К. В. Балдин, В. Н. Башлыков, А. В. Рукосуев. — 6-е изд. — Москва : Дашков и К, 2023. — 472 с. — ISBN 978-5-394-05335-1. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: https://www.iprbookshop.ru/144050.html

Дополнительная литература:

1. Канарейкин А.И. Высшая математика : учебник / Канарейкин А.И.. — Москва, Вологда : Инфра-Инженерия, 2024. — 224 с. — ISBN 978-5-9729-1828-7. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: https://www.iprbookshop.ru/143599.html

2. Афанасьев, С. Г. Дифференциальное исчисление функции одной переменной : учебное пособие / С. Г. Афанасьев. — 2-е изд. — Саратов : Вузовское образование, 2024. — 66 с. — ISBN 978-5-4487-1019-3. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: https://www.iprbookshop.ru/142556.html

3. Ивановская, В. Ю. Дифференциальное и интегральное исчисление функции одной переменной : учебное пособие для СПО / В. Ю. Ивановская. — Москва : Ай Пи Ар Медиа, 2024. — 90 с. — ISBN 978-5-4497-3039-8. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: https://www.iprbookshop.ru/140891.html

Профессиональные базы данных, информационно-справочные системы и интернет-ресурсы

1. www.iprbookshop.ru – Электронно-библиотечная система «IPR SMART»
2. www.urait.ru – Образовательная платформа «ЮРАЙТ»
3. https://zoom.us/ru-ru/meetings.html Zoom - программа для организации видеоконференций

7. Материально- техническое обеспечение дисциплины

Основными видами учебных занятий являются лекции, практические занятия и самостоятельная работа студентов. Материально-техническое

обеспечение дисциплины – учебная аудитория с классической доской, кабинет для самостоятельной работы студентов, читальный зал и библиотека, видеопроекционное оборудование, компьютер, оснащенный типовым пакетом системного и офисного ПО (Операционная система Microsoft Windows 7 Pro, Microsoft Office 2013. Программное обеспечение, входящее в типовой установочный пакет, получает обновление в автоматическом, установленном разработчиком (компанией Microsoft) порядке, посредством сети Интернет. Подтверждающие документы: Microsoft Open License №40962726 от 16.08.2006г., №44971865 от 24.12.2008г., №46256422 от 11.12.2009г., №61280992 от 13.12.2012г.; Акт приема-передачи неисключительного ограниченного права на лицензионное ПО № ПРСЧ-12-04326 от 18.12.2013г., №558 от 18.12.2014г., №ПРСЧ-15-01353 от 10.11.2015г., №272 от 15.04.2016г. , бухгалтерские документы, подтверждающие факт приобретения лицензионного ПО), в соответствии с Реестром материально-технического обеспечения аудиторного фонда Университета управления «ТИСБИ».

8. Оценка компетенций по изучаемой дисциплине

Для оценки компетентности рекомендуется использовать рейтинговую оценку знаний, умений и навыков студента по окончанию изучения каждого Модуля в соответствии с Положением о модульно-рейтинговой системе организации образовательного процесс. Итоговая оценка (в баллах) складывается из баллов, набранных по каждому Модулю (семестровая оценка) и баллов, набранных, непосредственно на экзамене (зачете).

Расчет набранных баллов по дисциплине осуществляется в следующей последовательности:

$C = \frac{K_1 + K_2 + ...K_n}{n} \times 0{,}6$, где К – количество баллов по модулю; n – количество модулей

$З = K \times 0{,}4$, где К - количество баллов на экзамене (зачете);

$И = C + З + П$, где П – поощрительные баллы (от 1 до 5).

Уровень сформированности компетенций и их основные признаки оцениваются по следующим таблицам:

Оценка уровня сформированности компоненты компетенции УК-1
«Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач»
в части дисциплины «Высшая математика»

№ п/п	Уровни сформированности компетенции	Основные признаки уровня	Инструменты оценки сформированности уровня
1	**Пороговый уровень (как минимально допустимый)** (обязательный для всех студентов-выпускников вуза по завершении освоения ООП ВО) (от 60 до 70 баллов)	- знает основной математический инструментарий для сбора, анализа и систематизации информации на уровне запоминания; - умеет осуществлять поиск информации для решения поставленной задачи, опираясь на описанные действия, подсказки; делает по образцу; - представляет взаимосвязи разделов математики с основными типовыми задачами из области экономики; - владеет навыками применения математических методов к решению типовых задач.	Тестирование Индивидуальные домашние задания Контрольная работа (решение типовых задач на уровне применения формул) Зачет, экзамен
2	**Базовый уровень (относительно порогового уровня)** **(**От 71 до 85 баллов**)**	- знает основной математический инструментарий для сбора, анализа и систематизации информации на уровне воспроизведения и применения инструментария в ранее рассмотренных типовых ситуациях; - умеет осуществлять поиск информации для решения поставленной задачи на уровне запоминания, воспроизведения, применяет информацию в ранее рассмотренных типовых ситуациях; - умеет применять системный подход при решении поставленных математических задач; - владеет аппаратом математического анализа, методами доказательства утверждений, навыками применения математических методов к решению задач - умеет производить первичную статистическую обработку эмпирических данных; определять область применения статистических процедур, методов и критериев в том числе с использованием MS Excel	Тестирование Индивидуальные домашние задания Контрольная работа Зачет, экзамен

3	**Повышенный уровень (относительно порогового уровня)** (От 86 до 100 баллов)	- знает основной математический инструментарий для поиска, сбора, критического анализа и синтеза информации при решении задач экономического содержания; - умеет применять приобретённые математические знания и умения в нестандартных ситуациях - уметь применять математико-статистические методы для обработки результатов измерений, анализировать и интерпретировать их; - умеет применять системный подход при решении поставленных математических задач; - умеет анализировать и интерпретировать результаты решения задач; - владеет вычислительными операциями над объектами экономической природы; - владеет аппаратом математического анализа, методами доказательства утверждений, навыками применения математических знаний к решению задач экономического содержания - умеет производить первичную статистическую обработку эмпирических данных; определять область применения статистических процедур, методов и критериев в том числе с использованием MS Excel - владеет навыками анализа данных в MS Excel	Тестирование Контрольная работа Индивидуальные домашние задания Зачет, экзамен

Приложение 1

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Студентам на первом занятии необходимо ознакомиться с Рабочей программой дисциплины, где прописаны цели, задачи и трудоемкость дисциплины. Перед началом изучения дисциплины необходимо повторить учебный материал, изучаемый в школьном курсе алгебры и геометрии, которые дают основу для изучения дисциплины Высшая математика.

На первом занятии проводится входное тестирование студентов, для определения уровня математической подготовки обучающихся, после чего, возможна корректировка процесса обучения в соответствии с общим уровнем подготовки студентов. По результатам входного тестирования организуются группы подтягивания по математической подготовке, для устранения пробелов школьной программы и понятия качества образовательного процесса.

Затем необходимо ознакомиться с порядком изучения дисциплины, т.е. модульно-тематическим планом и пояснительной запиской с указанием этапов формирования заявленных компетенций.

И, наконец, ознакомиться с порядком оценивания результатов обучения, для чего необходимо изучить следующие документы: Положение о модульно-рейтинговой системе оценивания и Принципы оценки уровня знаний, умений и навыков (характеристика ответа).

Студент должен внимательно изучить перечень основной (дополнительной) литературы и взять необходимые учебники в библиотеке (или подобрать из электронной библиотеки, в соответствии со ссылками в рабочей программе).

Основными видами учебных занятий для студентов по данному курсу учебной дисциплины являются: лекции, практические занятия и самостоятельная работа студентов. Самостоятельная работа студентов является составной частью их учебной работы и имеет целью закрепление и углубление полученных знаний, умений и навыков, поиск и приобретение новых знаний.

Самостоятельная работа студентов включает в себя освоение теоретического материала на основе лекций, основной и дополнительной литературы; подготовку к семинарским занятиям в индивидуальном и групповом режиме. Советы по самостоятельной работе с точки зрения использования литературы, времени, глубины проработки темы и др., а также контроль за деятельностью студента осуществляется во время семинарских занятий.

Целью преподавателя является стимулирование самостоятельного, углублённого изучения материала курса, хорошо структурированное, последовательное изложение теории на лекциях, отработка навыков решения

задач и системного анализа ситуаций на семинарских занятиях, контроль знаний студентов.

При подготовке к семинарским занятиям и выполнении контрольных заданий студентам следует использовать литературу из приведенного в данной программе списка, а также руководствоваться указаниями и рекомендациями преподавателя.

Перед каждым семинарским занятием студент изучает план практического занятия, знакомится со списком литературы и домашним заданием.

Студенту рекомендуется следующая схема подготовки к практическим занятиям и выполнению домашних заданий:

- проработать конспект лекций;
- проанализировать основную и дополнительную литературу, рекомендованную по изучаемому разделу (модулю);
- разобрать решения типовых задач;
- решить заданные домашние задания;
- при затруднениях сформулировать вопросы к преподавателю.

В конце каждого практического занятия студенты получают «домашнее задание» для закрепления пройденного материала. Домашние задания необходимо выполнять к каждому практическому занятию. Сложные вопросы и задачи можно вынести на обсуждение на практику или на индивидуальные консультации. Контрольные работы состоят из вопросов и задач, аналогичным задачам домашних заданий. Они оцениваются по 100 балльной системе в соответствии с Положением о модульно-рейтинговой системе организации учебного процесса и оценки успеваемости студентов, и выполняются в учебные часы по расписанию в виде письменного решения индивидуальных контрольных заданий. Выше по разделам приводились примерные варианты контрольных заданий.

Для более глубокого освоения дисциплины студентам рекомендуется больше решать задач из базового учебного пособия и задачника с тестами из списка основной литературы.

Приложение 2

УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«УНИВЕРСИТЕТ УПРАВЛЕНИЯ «ТИСБИ»

Кафедра математики

Фонд оценочных средств для проведения текущей и промежуточной аттестации по дисциплине «Высшая математика»

По направлениям подготовки 38.03.04 «Государственное и муниципальное управление»

Профили подготовки: Государственное управление устойчивым развитием

Казань

Содержание

1. Паспорт фонда оценочных средств
2. Наполнение фонда оценочных средств по формам контроля
   2.1 Фонд оценочных средств и шкала оценивания для текущего контроля.
      2.1.1 Тестирование
      2.1.2 Индивидуальные домашние задания
      2.1.3 Контрольная работа
   2.2 Фонд оценочных средств и шкала оценивания для промежуточного контроля.
      2.2.1 Фонд оценочных средств для проверки знаний и умений (вопросы к зачету и экзамену)
      2.2.2 Фонд оценочных средств для проверки сформированности навыков (задачи к зачету и экзамену)

1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Формы контроля / Формируемые компетенции и их индикаторы	УК-1	
	УК-1.1	УК-1.2
Формы текущего контроля		
тестирование	З3 У3	У 7
индивидуальные домашние задания	З3 У3 В3	У 7
контрольная работа (модульный срез знаний, умений, навыков)	З3 У3 В3	У 7
Формы промежуточного контроля		
Зачет	З3 У3 В3	У 7
Экзамен	З3 У3 В3	У 7

2. Наполнение фонда оценочных средств по формам контроля.

2.1. Фонд оценочных средств и шкала оценивания для текущего контроля

2.1.1. Тестирование

Тест – это система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося.

Примеры тестовых вопросов

1. Даны две матрицы $A=\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix}$; $B=\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. Найти $2A+B^T$.

Варианты ответов:

а) $\begin{pmatrix} 4 & -1 & 2 \\ 5 & 2 & 5 \end{pmatrix}$, б) $\begin{pmatrix} 4 & 5 \\ -1 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$, в) не существует.

2. Даны матрицы $A=\begin{pmatrix} 7 & 2 & 1 & 5 \\ 3 & -2 & 4 & -3 \\ 2 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ и $B=\begin{pmatrix} 5 & 4 & 3 & 0 \\ 2 & 3 & -2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 4 \end{pmatrix}$. Решить уравнение $5A+2X-B=0$.

Варианты ответов:

а) $X=\begin{pmatrix} 5 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 4 & -1 \\ -1 & 0 & 7 & 9 \end{pmatrix}$, б) $X=\begin{pmatrix} -15 & -3 & -1 & -12,5 \\ -6,5 & 6,5 & -11 & 8 \\ -4,5 & -2,5 & -1,5 & -3 \end{pmatrix}$, в) $X=\begin{pmatrix} -15 & -3 & -1 \\ -6,5 & 6,5 & -11 \\ -4,5 & -2,5 & -1,5 \end{pmatrix}$.

3. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 1 & -1 & a & -1 \\ -1 & -2 & b & -1 \\ -2 & 0 & c & 1 \\ 0 & 1 & d & 0 \end{vmatrix}$.

Варианты ответов: а) $3a-b+2c+d$; б) $3a+2b-c+d$; в) $-6abcd$.

4. При каких значениях λ существует матрица, обратная матрице $\begin{pmatrix} 0 & \lambda & 0 \\ \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda \end{pmatrix}$?

Варианты ответов: а) λ = 0, б) λ – любое действительное число,

в) λ – любое действительное число, λ≠0.

5. Исследовать систему $\begin{cases} x_2 + 2x_3 = 0 \\ -x_1 + 3x_3 = 2 \\ x_3 = 3 \end{cases}$ на совместность.

Варианты ответов:

а) система имеет единственное решение,

б) система имеет бесчисленное множество решений,

в) система несовместна.

6. Известно, что $\bar{a} \uparrow\downarrow \bar{b}$, $|\bar{a}| = 5, |\bar{b}| = 3$. Указать λ, если $\bar{b} = \lambda \bar{a}$.

Ответы:

1) $\frac{5}{3}$, 2) $\frac{3}{5}$, 3) $-\frac{5}{3}$, 4) $-\frac{3}{5}$.

7. Известно, что вектора $\bar{a} = (2,1,5), \bar{b} = (-2,2,-9), \bar{c} = (1,-1,5)$ образуют базис. Разложить вектор $\bar{d} = (9,-3,33)$ по базису $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$?

Ответы: 1) $\bar{d} = \bar{a} - 2\bar{b} + \bar{c}$, 2) $\bar{d} = 2\bar{a} - \bar{b} + 2\bar{c}$, 3) $\bar{d} = 2\bar{a} - 2\bar{b} + \bar{c}$.

8. Найти скалярное произведение базисных векторов $(\bar{j}, \bar{k})$.

Ответы: 1) 0; 2) 1; 3) $\bar{i}$.

9. Найти точки пересечения плоскости 2x – 3y – 4z – 24 = 0 с осями координат.

Ответы:

1) (2,0,0), 2) (12,0,0), 3) (0,-3,0), 4) (0,-8,0), 5) (0,0,-4), 6) (0,0,-6).

10. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M_0(-1,2)$ перпендикулярно прямой $\frac{x+1}{3}=\frac{y-4}{2}$.

Ответы: 1) 2(x-2)+3(y+3)=0, 2) 3(x-2)+2(y+3)=0,
3) 3(x+1)+2(y-2)=0, 4) 2x-3y+8=0.

11. Среди предложенных ниже уравнений второго порядка выбрать уравнение эллипса:

1) $2x^2 + 3y^2 – 4x – 6y – 3 = 0$; 2) $2x^2 – 3y^2 + 4x + 6y – 3 = 0$;
3) $3y^2 – 2x^2 + 4x + 6y – 3 = 0$; 4) $3y^2 + 3x^2 + 4x + 6y – 3 = 0$.

12. Возвести в степень:

$$(1+i\sqrt{3})^3.$$

Ответы: 1) -8, 2) 16, 3) 256, 4) -64.

12**.** Какое из следующих высказываний является определением предела последовательности $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a$:

a) $\exists\varepsilon>0 \quad \exists N=N(\varepsilon) \quad \forall_n\left(n>N \Rightarrow |x_n-a|<\varepsilon\right)$;

b) $\forall\varepsilon>0 \quad \exists N=N(\varepsilon) \quad \exists_n\left(n>N \Rightarrow |x_n-a|<\varepsilon\right)$;

c) $\forall\varepsilon>0 \quad \exists N=N(\varepsilon) \quad \forall_n\left(n>N \Rightarrow |x_n-a|<\varepsilon\right)$;

d) $\exists\varepsilon>0 \quad \exists N=N(\varepsilon) \quad \exists_n\left(n>N \Rightarrow |x_n-a|<\varepsilon\right)$

13. Среди приведенных ниже последовательностей указать ограниченные последовательности, но не имеющие предела:

a) $\left\{\frac{1}{(-2)^n}\right\}$; b) $\left\{1+(-1)^n\right\}$; c) $\left\{\frac{1}{n^2}\right\}$;

d) $\{5n\}$; e) $\left\{\frac{2n-4}{n+1}\right\}$; f) $\left\{(-1)^n+\frac{(-1)^n}{n}\right\}$

14. Вычислить $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{(n+1)^3-(n-1)^3}{(n+1)^2+(n-1)^2}$.

a) ∞;
b) 3;
c) 0;
d) $1/2$;
e) 1.

15. Вычислить $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt{x+a}-\sqrt{x}\right)$.

a) $+\infty$; b) 0; c) ∞;
d) $a/2$; e) a

16. Найти производную функции $y=\cos(2x+1)^3$.

a) $-6\sin(2x+1)^2$;

b) $-3(2x+1)^2\sin(2x+1)$;

c) $-6\sin(2x+1)^3(2x+1)^2$.

17. Используя метод интегрирования по частям, выбрать правильно обозначения u и dv для интеграла: $\int \frac{x^2 dx}{\left(1+x^2\right)^2}$.

a) $u = x^2$, $dv = \frac{dx}{\left(1+x^2\right)^2}$; b) $u = x$, $dv = \frac{xdx}{\left(1+x^2\right)^2}$; c) $u = \frac{1}{\left(1+x^2\right)^2}$, $dv = x^2 dx$

18. Найти градиент функции $z = \frac{x^2}{2} + y^2$ в точке $(2,\ 1)$.

a) $2\bar{i} + 2\bar{j}$;

b) $\frac{1}{2}\bar{i} + \bar{j}$;

c) $2\bar{i} + \bar{j}$;

d) $x\bar{i} + 2y\bar{j}$

19. Существует ли экстремум функции $z = (x-2)^2 + 2y^2$? Если да, то найти его.

a) не существует;

b) существует в точке $(0, 2)$ максимум, $z_{max} = 12$;

c) существует в точке $(2, 0)$, причем минимум, $z_{min} = 0$;

d) существует в точке $(1,1)$, причем минимум, $z_{min} = 3$

20. Решить уравнение $y''' = e^{2x}$. Выбрать правильно общее решение:

a) $y = C_1 e^{2x} + C_2 x + C_3$

b) $y = \frac{1}{8}e^{2x} + C_1 x^2 + C_2 x + C_3$

c) $y = \frac{1}{2}e^{2x} + C_1 x + C_2$

d) $y = \frac{1}{8}e^{2x}$

Критерии оценивания тестирования

По окончанию каждого модуля проводится тестирование студентов, оцениваемое по 100 балльной системе. Каждый предлагаемый студенту комплект тестов состоит из 10 тестовых вопросов (оцененных 10 баллами), выбранных по различным темам текущего модуля.

2.1.2. Индивидуальные домашние задания (расчетные задания)

Индивидуальные домашние задания – это задания реконструктивного уровня, позволяющие оценивать и диагностировать умения синтезировать, анализировать, обобщать фактический и теоретический материал с формулированием конкретных выводов, установлением причинно-следственных связей.

Индивидуальное домашнее задание №1

Задание:

Решить систему
А) матричным методом (35 баллов)
Б) методом Крамера (30 баллов)
В) методом Гаусса (35 баллов)

Вариант 1 $3x - y - z = -3$ $2x + 2y + 4z = 0$ $-x - 3y + z = 5$	Вариант 2 $4x - y + z = -6$ $2x + 2y - 3z = 3$ $-x - y + 4z = -4$	Вариант 3 $2x + 3y - z = 6$ $-x + 2y + 2z = -1$ $4x - y - z = 4$
Вариант 4 $x - 2y + z = 4$ $2x - y - 2z = 1$ $-x + 3y + 5z = 1$	Вариант 5 $2x - y + z = 2$ $x + 2y - 2z = 1$ $-3x + y - 4z = -6$	Вариант 6 $2x + 2y - z = -5$ $x - y + 2z = 2$ $3x + 2y + 3z = -2$

Вариант индивидуального домашнего задания №2 по теме: «Элементы аналитической геометрии»

ВАРИАНТ №1. **1)** Даны т. $M_0(2;4)$ и прямая l : $5x - 4y = 6$; **2)** Даны две точки $M_1(-1;4)$, $M_2(6;-3)$ и прямая l : $-5x + 7y = 3$; **3)** Даны четыре точки $M_0(1;2;-5)$, $M_1(3;6;1)$, $M_2(0;4;2)$, $M_3(-1;3;4)$; **4)** Даны уравнения: а) $2x^2+2y^2-4x+6y-8=0$; б) $2x^2-3y^2-4x+6y-12=0$; в) $y^2+2x+4y-6=0$

По этим данным требуется:

1) а) найти расстояние d от M_0 до l (5 баллов);

б) написать уравнение прямой l_1 , проходящей через т. M_0 и $\perp$ прямой l (5 баллов);

в) найти проекцию P т. M_0 на прямую l (5 баллов);

г) проверить на чертеже результат пункта в) (5 баллов).

2) а) написать уравнение прямой M_1M_2 (5 баллов);

б) найти угол φ между прямыми l и M_1M_2 (5 баллов);

в) найти точку пересечения Q прямых l и M_1M_2 (5 баллов);

г) проверить на чертеже результат пункта в) (5 баллов).

3) а) написать уравнение плоскости P, проходящей через т. M_1, M_2, M_3 (10 баллов);

б) найти расстояние d от P до M_0 (10 баллов);

в) написать уравнение плоскости P_1, проходящей через т. M_0 || P (10 баллов).

4) Привести уравнения к каноническому виду и построить кривые (30 баллов).

Вариант индивидуального домашнего задания по теме "Производная и дифференциал".

1. Исходя из определения производной, найти f ' (0), если $f(x)=\begin{cases} x^2\cos^2\frac{11}{x}, & x\neq 0 \\ 0, & x=0 \end{cases}$. (25 баллов)
2. Найти производную показательно-степенной функции $y=x^{\sin x^3}$.(25 баллов)
3. Функция y(x), заданная неявно уравнением $x^2 + x \sin y - e^y = 3$, принимает в точке $x_0 = 2$ значение $y_0 = 0$. Найти $y'_x, y''_{xx}, y'_x(x_0), y''_{xx}(x_0)$. (25 баллов)
4. Вычислить приближенное значение функции $y = x^7$ в точке x = 2,002 с помощью дифференциала. (25 баллов)

Вариант индивидуального домашнего задания по теме "Дифференцирование функции 2^x переменных".

1. Найти область определения функции и изобразить эту область на плоскости XOУ.
   $z=\arcsin\frac{x}{y^2}$. (25 баллов)
2. Показать, что функция $z = y \ln (x^2 + y^2)$ удовлетворяет уравнению $\frac{1}{y}\frac{\partial z}{\partial y}-\frac{1}{x}\frac{\partial z}{\partial x}=\frac{z}{y^2}$.(25 баллов)
3. Задана функция $z = x^y$. Найти dz. (25 баллов)
4. $z = \ln (e^x + e^y)$. Убедиться, что $z''_{xx}\cdot z''_{yy}-\left(z''_{xy}\right)^2=0$.(25 баллов)

Вариант индивидуального домашнего задания по теме: "Случайные величины".

1. Два стрелка стреляют по одной мишени, делая независимо друг от друга два выстрела. Вероятность попадания в мишень для первого стрелка равна 0,5, для второго – 0,6. Построить ряд распределения случайной величины X – общего числа попаданий и найти характеристики m_x и D_x. (25 баллов)
2. Найти закон распределения дискретной случайной величины X, которая может принимать только два значения: x_1 – с вероятностью $p_1 = 0,4$ и x_2 ($x_1<x_2$), если известны математическое ожидание M[X] = 3,2 и дисперсия D[X] = 0,96. (25 баллов)
3. Случайная величина подчинена закону равномерного распределения на [0,2]. Написать выражение для плотности вероятности и функции

распределения случайной величины X. Найти вероятность неравенства $0<X<\frac{1}{2}$. (25 баллов)

4. Плотность вероятности случайной величины X задана выражением $f(x)=\begin{cases} a\cos x \text{ при } 0 \le x \le \frac{\pi}{2} \\ 0 \text{ при } x<0 \text{ или } x>\frac{\pi}{2} \end{cases}$. Найти коэффициент a. Определить математическое ожидание m_x и дисперсию D_x. (25 баллов)

Критерии оценивания

Результат выполнения индивидуального домашнего задания студентом оценивается в баллах. Оценка данной работы производится по 100 балльной системе (разбалловка по каждому пункту приводится в задании).

2.1.3. Контрольная работа

Контрольная работа – средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу.

Контрольная работа используется для текущего контроля умений и навыков студентов. В целях освоения компетенции для написания контрольной работы студенты изучают необходимый теоретический материал по теме, а также отрабатывают навыки решения соответствующих задач. Каждому студенту выдается индивидуальный вариант контрольной работы из расчета по времени на решение на одну полную пару.

Типовые варианты контрольной работы №1

Вариант 1. Даны матрицы:

$A=\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 5 & -3 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 5 & -3 \end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ -1 & 2 & 2 \\ 3 & 7 & 1 \end{pmatrix}$, $D=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ -1 & 2 & 2 \\ 3 & 7 & 1 \end{pmatrix}$, $F=\begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix}$, $G=(2,4,6)$

а) Вычислить сумму матриц $2A-3B$, $C+D$; произведение матриц BA, CF, CD,GF (50 баллов)

б) Привести матрицу D к ступенчатому виду и определить ее ранг. (20 баллов)

в) Построить обратную матрицу C^{-1}. Проверить равенство $C\,C^{-1}=E$. (30 баллов)

Вариант 2. Даны матрицы:

$A=\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 6 & -3 \end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 \\ -1 & 3 & 2 \\ 3 & 7 & 1 \end{pmatrix}$, $D=\begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ -1 & 2 & 2 \\ 3 & 6 & 1 \end{pmatrix}$, $F=\begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$, $G=(2,4,6)$

а) Вычислить сумму матриц $2A-3B$, $C+D$; произведение матриц BA, CF, CD,GF (50 баллов)

б) Привести матрицу D к ступенчатому виду и определить ранг. (20 баллов)

в) Построить обратную матрицу C^{-1}. Проверить равенство $C\,C^{-1}=E$. (30 баллов)

Типовые варианты контрольной работы №2

Вариант 1

1. Методом Крамера решить матричное уравнение AX=B, т.е. найти матрицу X, если $A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 4 \\ 3 & -1 & -3 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} -5 \\ 4 \\ -3 \end{pmatrix}$. (30 баллов)

2. Применяя метод Гаусса, решить систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ):

$$\begin{aligned} x_1 - x_2 + x_3 - 2x_4 &= 4 \\ 2x_1 + x_2 + x_4 &= 1 \\ 2x_1 - x_2 - 2x_3 + 3x_4 &= 0 \\ 3x_2 - 2x_3 + 5x_4 &= -7 \end{aligned}$$ (40 баллов)

3. Исследовать однородную систему (СЛАУ) на существование нетривиального решения; в случае существования найти общее решение

$$\begin{aligned} 3x_1 + x_2 - 4x_3 + 2x_4 + x_5 &= 0 \\ 2x_1 - x_2 - 3x_3 - 7x_4 + 2x_5 &= 0 \\ x_1 + 11x_2 + 34x_4 - 5x_5 &= 0 \end{aligned}$$ (30 баллов)

Вариант 2

1. Методом Крамера решить матричное уравнение AX=B, т.е. найти матрицу X, если

$A = \begin{pmatrix} -4 & 1 & 0 \\ 3 & -2 & 5 \\ -3 & 4 & 2 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} -4 \\ 8 \\ -5 \end{pmatrix}$ (30 баллов)

2. Применяя метод Гаусса, решить систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ):

$$\begin{aligned} 4x_1 + x_2 - 3x_3 + 6x_4 &= -3 \\ x_1 - x_2 + x_3 - 2x_4 &= 4 \\ 2x_1 + x_2 + x_4 &= 1 \\ 3x_1 - x_2 - 2x_3 + 3x_4 &= 0 \end{aligned}$$ (40 баллов)

3. Исследовать однородную систему (СЛАУ) на существование нетривиального решения; в случае существования найти общее решение

$$\begin{aligned} 7x_1 + 2x_2 - x_3 - 2x_4 + 2x_5 &= 0 \\ x_1 - 3x_2 + x_3 - x_4 - x_5 &= 0 \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 + x_5 &= 0 \end{aligned}$$ (30 баллов)

Типовые варианты контрольной работы №3

ВАРИАНТ 1

1. Дано $|\bar{a}| = 3$, $|\bar{b}| = 2$.

Найти: а) скалярное произведение векторов $\bar{c} = -5\,\bar{a} + 1\,\bar{b}$; $\bar{d} = 2\,\bar{a} + 3\,\bar{b}$, если $(\bar{a}, \bar{b}) = \pi/3$. (25 баллов)

б) модуль векторного произведения $|\bar{c} \times \bar{d}|$, если $(\bar{a}, \bar{b}) = \pi/2$. (25 баллов)

2. Дано: точки A(- 1, 2 , 0), B(-5, 3, 1), C(4,1, 3).

Найти: а) cos $\angle$ ABC, б) $\text{Пр}_{\overline{AC}}\,\overline{AB}$, в) $S_{\Delta ABC}$ (30 баллов)

3. Найти расстояние от точки $M_0(-1,2)$ до прямой, проходящей через точку $M_1(2,-3)$ с угловым коэффициентом к= -1/2 (20 баллов)

ВАРИАНТ 2

1. Дано $|\bar{a}| = 3$, $|\bar{b}| = 1$.

Найти: а) скалярное произведение векторов $\bar{c} = -5\,\bar{a} + 2\,\bar{b}$; $\bar{d} = 2\,\bar{a} + 3\,\bar{b}$, если $(\bar{a}, \bar{b}) = \pi/2$. (25 баллов)

б) модуль векторного произведения $|\bar{c} \times \bar{d}|$, если $(\bar{a}, \bar{b}) = \pi/3$. (25 баллов)

2. Дано: точки A(-2, -5, 0), B(4 , 3, 2), C(-4,1, 3).

Найти: а) cos $\angle$ ABC, б) $\text{Пр}_{\overline{AC}}\,\overline{AB}$, в) $S_{\Delta ABC}$ (30 баллов)

3. Дана прямая L_1: 2x + 3y + 4 =0. Составить уравнение прямой L, проходящей через точку $M_0(2,1)$ и параллельной прямой L_1. Найти расстояние между прямыми L и L_1. (20 баллов)

Вариант контрольной работы по теме: «Пределы. Непрерывность функции».

Вычислить пределы:

1. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 12x + 20}$, 2. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{2} - \sqrt{1 + \cos x}}{\sin x}$, 3. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x}$, 4. $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{2x}{2x-3}\right)^{3x}$. (40 баллов)

5. Исследовать не непрерывность и построить график функции $y = 2^{\frac{1}{x+1}}$ (60 баллов)

Вариант контрольной работы по теме: «Производные функции».

1. Найти производные следующих функций:

а) $y = (2x+3)\cdot \log_4 x$; б) $y = \dfrac{\sin x}{x^2 + 3x}$; в) $y = \cos\left(2x^2 + 4\right)$.

г) $x^2y^2 + 2\ln(xy) = 4$; д) x=arcsin(sint), y=arccos(cost). (80 баллов)

2. Найти уравнения касательной и нормали к графику функции $y = x^2 - 3x + 1$ в точке $x_0 = 1$. (20 баллов)

Вариант контрольной работы по теме: «Экстремумы функции»

1. Найти наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке:
$$f(x) = 4arctgx - 2x + 1, \quad [0;\ 1]$$ (50 баллов)
2. Решить задачу на экстремум. Сахарный завод производит x ед. продукции в месяц, суммарные издержки производства $k = x^2/50 + 15x + 800$. Зависимость между удельной ценой p и количеством x ед. продукции, которое можно продать по этой цене :
$p = 50 – x/10$. При каких условиях прибыль будет наибольшей? (50 баллов)

Вариант контрольной работы по теме: «Неопределенный, определенный интеграл».

Вычислить интегралы.

1. $\int e^x (\sin e^x)dx$ (20 баллов),
2. $\int \ln x dx$ (20 баллов),
3. $\int \frac{x^2 dx}{(x+4)(x+1)^2}$ (20 баллов),
4. $\int \frac{dx}{x \ln x}$,(20 баллов)
5. $\int_0^3 x \cdot arctgx dx$.(20 баллов)

Вариант контрольной работы по теме "Непосредственный подсчет вероятности. Формула полной вероятности и Байеса".

1. 25 экзаменационных билетов содержат по два вопроса, которые не повторяются. Экзаменующийся может ответить только на 45 вопросов. Какова вероятность того, что вытянутый экзаменующимся билет состоит из подготовленных им вопросов? (30 баллов)
2. Имеются две урны. В первой урне два белых и три черных шара, во втором – три белых и пять черных. Из первой и второй урн не глядя, берут по одному шару и кладут их в третью урну. Шары в третьей урне перемешивают и берут из нее наугад один шар. Найти вероятность того, что этот шар белый. (30 баллов)
3. Вероятность того, что два близнеца будут мальчиками, равна 0,34, девочками – 0,30. Принимая, что вероятности рождения близнецов разного пола в любой последовательности одинаковы, найти безусловные вероятности рождения: а) мальчика, б) девочки. (40 баллов)

Критерии оценивания контрольной работы

Результат выполнения контрольной работы студентом оценивается в баллах. Оценка письменного ответа студента по результатам контрольной работы производится по 100 балльной системе (разбалловка по каждому пункту приводится в задании).

2.2. Фонд оценочных средств и шкала оценивания для промежуточного контроля

2.2.1 Фонд оценочных средств для проверки знаний/умений

Примеры вопросов к зачету (по модулям «Линейная алгебра», «Элементы векторной алгебры и аналитической геометрии»)

1. Определители и их свойства. Понятие минора и алгебраического дополнения.
2. Решение систем трех уравнений с тремя неизвестными методом Крамера.
3. Матрицы и их разновидности. Алгебра матриц.
4. Основные свойства операций над матрицами.
5. Элементарные преобразования матриц. Понятие канонической матрицы.
6. Невырожденные матрицы. Понятие присоединенной матрицы.
7. Ранг матрицы, его свойства. Ранг канонической матрицы.
8. Система линейных алгебраических уравнений. Матричная форма системы.
9. Понятие расширенной матрицы, определенной и неопределенной, а также совместной и несовместной системы.
10. Теорема Кронекера-Капелли.
11. Решение невырожденных линейных систем матричным способом.
12. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.
13. Системы линейных однородных уравнений.
14. Понятие скалярной и векторной величины. Орт вектора.
15. Линейные операции над векторами.
16. Разложение вектора по ортам координатных осей. Выражение скалярного произведения через координаты.
17. Понятие N-мерного вектора и векторного пространства, его размерности и базиса.
18. Линейная зависимость и независимость векторов. Свойства векторов линейного пространства.
19. Основные приложения метода координат на плоскости. Декартова и полярная система координат.
20. Уравнение линии на плоскости. Нахождение точки пересечения двух линий. Общее уравнение прямой.
21. Уравнение прямой с угловым коэффициентом.
22. Уравнение прямой, проходящей через данную точку в данном направлении.
23. Уравнение прямой, проходящей через две точки.
24. Уравнение прямой в отрезках.
25. Угол между двумя прямыми и условия параллельности и перпендикулярности двух прямых.
26. Расстояние от точки до прямой.
27. Понятие и общее уравнение кривых второго порядка. Привести примеры.

28. Каноническое уравнение окружности и ее свойства.
29. Каноническое уравнение эллипса и его свойства. Понятие эксцентриситета и фокального радиуса эллипса.
30. Каноническое уравнение гиперболы и ее свойства. Понятие эксцентриситета, фокального радиуса и асимптот гиперболы.
31. Каноническое уравнение параболы и ее свойства. Понятие эксцентриситета и фокального радиуса параболы.
32. Комплексные числа. Геометрическое изображение комплексного числа.
33. Формы записи комплексного числа (алгебраическая и геометрическая).
34. Действия над комплексными числами.
35. Формула Муавра и извлечение корней из комплексного числа.

Примеры вопросов к зачету (по модулям «Дифференциальное исчисление», «Интегральное исчисление»)

1. Множества. Основные операции над множествами.
2. Модуль числа, свойства модуля.
3. Понятие функции, основные свойства функции, классификация функций.
4. Окрестность точки, обозначение, геометрическая интерпретация.
5. Числовые последовательности, монотонность, ограниченность.
6. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности и их свойства.
7. Основные свойства и основные теоремы для числовых последовательностей.
8. Монотонность и ограниченность числовой последовательности $\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$.
9. Определение предела функции и свойства предела.
10. Бесконечно малые и бесконечно большие величины, их свойства.
11. Сравнение б. м. в.
12. Первый замечательный предел. Следствия.
13. Второй замечательный предел и его следствия.
14. Применение бесконечно малых эквивалентных для раскрытия неопределенностей.
15. Непрерывность функции в точке и на множестве.
16. Свойства непрерывных функций на отрезке.
17. Точки разрыва функции и типы разрывов.
18. Понятие производной. Геометрический смысл производной.
19. Физический и экономический смысл производной.
20. Вывод производных от элементарных функций (sin x, cos x, e^x, tg x).
21. Таблица производных от основных элементарных функций.
22. Основные правила дифференцирования.
23. Дифференцирование сложной функции, неявно заданной и параметрически заданных функций.
24. Правило дифференцирования сложной функции, таблица производных от сложных функций.
25. Логарифмическое дифференцирование. Производная от показательно-степенной функции.

26. Дифференцируемость функции, необходимое условие и достаточное условие дифференцируемости.
27. Дифференциал функции. Применение дифференциала для приближенных вычислений
28. Производные и дифференциалы высших порядков.
29. Основные теоремы дифференциального исчисления (Ферма, Лагранжа, Коши).
30. Монотонность функции. Необходимое и достаточное условие монотонности .
31. Экстремумы функции. Необходимое и достаточное условие существования экстремума.
32. Выпуклость и вогнутость функции, точки перегиба. Необходимое и достаточное условие существования точки перегиба.
33. План исследования функции для построения графика.
34. Первообразная и неопределенный интеграл.
35. Свойства неопределенного интеграла.
36. Непосредственное интегрирование. Метод замены переменной в неопределенном интеграле.
37. Метод интегрирования по частям в неопределенном интеграле.
38. Интегрирование рациональных функций.
39. Интегрирование дробно-иррациональных функций.
40. Интегрирование тригонометрических выражений.
41. Определенный интеграл. Геометрический смысл определенного интеграла.
42. Свойства определенного интеграла. Вычисление определенного интеграла.
43. Интегрирование по частям и метод замены переменной в определенном интеграле.
44. Приложения определенного интеграла.
45. Сформулируйте определения частных производных, градиента, производной по направлению.
46. Что называется полным приращением и полным дифференциалом функции двух переменных?
47. Каковы необходимые условия минимума (максимума) функции двух переменных? Приведите пример критической точки функции двух переменных, не являющейся точкой локального экстремума.
48. Каковы достаточные условия минимума (максимума) функции двух переменных?

Примеры вопросов к экзамену (по модулю «Теория вероятностей и математическая статистика»)

1. Предмет теории вероятностей. Случайные события и их классификация. Действия над событиями. Вероятность случайного события. Свойства вероятностей.

2. Вероятность случайного события. Свойства вероятностей. Основные комбинаторные формулы: число перестановок, размещений, сочетаний.

3. Вероятность суммы событий. Вероятность произведения событий. Формула полной вероятности. Формула Байеса.

4. Независимые испытания. Схемы Бернулли. Предельные теоремы в схеме Бернулли.

5. Понятие случайной величины. Закон распределения дискретной случайной величины. Многоугольник распределения.

6. Понятие случайной величины. Непрерывные случайные величины.

7. Функция распределения случайной величины и ее свойства. Плотность распределения и ее свойства.

8. Понятие о системе случайных величин и законе ее распределения. Функция распределения и плотность распределения вероятностей двумерной случайной величины, свойства.

9. Зависимость и независимость двух случайных величин. Условные законы распределения.

10. Числовые характеристики двумерной случайной величины. Математическое ожидание, дисперсия, коэффициент корреляции.

11. Биномиальный закон распределения. Распределение Пуассона.

12. Равномерный закон распределения. Показательный закон распределения.

13. Математическое ожидание, его свойства. Математическое ожидание для дискретной и непрерывной случайной величины.

14. Понятие дисперсии, ее свойства. Среднее квадратичное отклонение. Дисперсия дискретной и непрерывной случайной величины.

15. Нормальный закон распределения. Функция Лапласа.

16. Предельные теоремы теории вероятностей (неравенство Чебышева, закон больших чисел).

17. Предмет математической статистики. Статистическое распределение выборки. Эмпирическая функция распределения. Полигон и гистограмма.

18. Понятие точечного и интервального оценивания параметров.

19. Предельные теоремы теории вероятностей.

20. Основы проверки статистических гипотез.

2.2.2 Фонд оценочных средств для проверки умений/навыки

Примеры задач к зачету (по модулям «Линейная алгебра», «Элементы векторной алгебры и аналитической геометрии»)

1. Найти значение многочлена f(A) от матрицы A: $f(x)=3x^2-4$, $A=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 0 & 3\end{pmatrix}$.

2. Вычислить определитель.

$$\begin{vmatrix} 2 & -5 & 1 & 2 \\ -3 & 7 & -1 & 4 \\ 5 & -9 & 2 & 7 \\ 4 & -6 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить ранг матрицы.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & -2 & 4 \\ 4 & -2 & 5 & 1 & 7 \\ 2 & -1 & 1 & 8 & 2 \end{pmatrix}$$

4. Найти обратную матрицу и выполнить проверку:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 2 & 7 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

5. Найти решение системы.

$$\begin{cases} 2x_1 - 4x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - 4x_4 = 2 \\ -6x_1 + 12x_2 - 6x_3 + 9x_4 = 3 \\ 3x_1 - 6x_2 + 4x_3 - 3x_4 = 2 \end{cases}$$

6. Предприятие производит 3 вида продукции, используя 2 вида ресурсов. Норма затрат *i*-го вида на производство *j*-го типа задана матрицей затрат A, выпуск продукции за квартал – матрицей X, стоимость единицы каждого вида ресурсов задана матрицей P. Найти: а) матрицу S – полных затрат ресурсов каждого вида; б) матрицу Q – полную стоимость всех затраченных ресурсов, если $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} 20 \\ 10 \\ 10 \end{pmatrix}, P = \begin{pmatrix} 1 & 3 \end{pmatrix}$

7. Даны три последовательные вершины параллелограмма A(1; -2; 3), B(3; 2; 1) и C(6; 4; 4).

Найти его четвёртую вершину D.

8. Векторы $\bar{a}$ и $\bar{b}$ образуют угол $\varphi = \frac{2\pi}{3}$, $|\bar{a}| = 3, |\bar{b}| = 4$. Вычислить $(3\bar{a} - 2\bar{b})(\bar{a} + 2\bar{b})$.

9. Привести к каноническому виду и простроить кривую

$9x^2 + 4y^2 + 18x + 8y - 23 = 0$.

10. Написать уравнение прямой, проходящей через начало координат и точку (-2,3).

Представить его в форме уравнения с угловым коэффициентом.

Примеры задач к зачету (по модулям «Дифференциальное исчисление», «Интегральное исчисление»)

1. Найти области определения и построить графики функций:

1) $y = -x^3 + 1$

2) $y = (x+1)^2 + 5$

3) $y = \dfrac{1-x}{x^2+1}$

4) $y = \dfrac{1}{1-2x}$

5) $y = \sqrt{|x| - 5}$

2. Написать пять первых членов последовательности:

1) $x_n = \dfrac{1}{2n}$;

2) $x_n = 10^{2n}$;

3) $x_n = 1 + \dfrac{1}{n^3}$;

4) $x_n = (1+3n)^{-\frac{1}{2}}$.

3. Используя определения предела функции, доказать равенства

1) $\lim\limits_{x\to -1}(1-5x) = 6$;

2) $\lim\limits_{x\to\infty}(x^2 - 3) = \infty$;

3) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sin x}{2x} = 0$;

4. Вычислить пределы:

a) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^5 + x^2 - 2}{x^5 + 2x}$, b) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2 - x - 6}{2x^2 + x - 21}$,

c) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{1+3x^2} - 2}{x^2 - x}$, d) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{5x}{\arcsin 3x}$.

5. Найти точки разрыва функции

1) $y = \dfrac{x+5}{x^2 - 3x + 2}$;

2) $y = \dfrac{3x+2}{2x+3}$;

3) $y = \dfrac{x+1}{x^3 - 1}$;

4) $y = \dfrac{(x+1)(x+2)(x+3)}{(x-1)(x-2)(x-3)}$;

5) $y = \dfrac{x+2}{x-3} + \dfrac{x-3}{x+2}$.

6. Исходя из определения производной, найдите производную функции:

1) $y = 3x + 5$. 2) $y = 4 - 7x$. 3) $y = \frac{1}{5}x^2 + \frac{1}{3}$.

4) $y = (x + 2)^2$. 5) $y = \sqrt{x + 5}$. 6) $y = \frac{1}{x - 3}$.

7. Найти производные от следующих функций:

1) $y = \sqrt[3]{x + \sqrt{x}}$, 2) $y = \frac{1 + \sin 2x}{1 - \sin 2x}$.

8. Найти дифференциалы функций:

1) $y = 2x^3 - \ln x$. 2) $y = 2\cos x \times e^x$.

3) $y = 2\sin 2x$. 4) $y = 2\operatorname{tg} \ln 3x$.

5) $y = 3x^2 \operatorname{arctg} 2x$. 6) $y = \frac{2 + \sin x}{1 - \sin x}$.

9. Найти пределы с помощью правила Лопиталя:

1) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{e^x - 1}{2x}$. 2) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sin 3x}{e^{3x} - 1}$.

3) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{e^x - e^{-x}}{3\ln(1 + x)}$. 4) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{x - \sin 2x}{e^x - e^{\sin 2x}}$.

10. Найти максимумы и минимумы и промежутки возрастания и убывания функций:

1) $f(x) = x^3 - 4x^2 - 3x + 7$; 2) $f(x) = \frac{2x^2 - 5x + 10}{x - 2}$;

3) $f(x) = 2x\ln 3x$; 4) $f(x) = 3x - \operatorname{arctg} 3x$;

11. Найти частные производные 1-го порядка функции:

1) $z = 2x^2 - xy - 3y^3$. 2) $z = 5x^3 + 2x^2y - 3y + 4$.

3) $z = 3e^{x^2 - 2y^2}$. 4) $z = 2\ln(x^2 + 2y^2)$.

5) $z = \frac{2y}{3x}$. 6) $z = \frac{2x - 3y}{x + 2y}$.

12. Найти частные производные 2-го порядка:

1) $z = 2x^2 - xy + 7y^2$ 2) $z = \sqrt{2x}y^2$

3) $z = \frac{2x^2}{1 - y}$ 4) $z = \ln(2x^2 - 3y^2)$ 5) $z = e^{y^2 - xy}$.

13. Найти интегралы:

1) $\int (3x^4 - 2x^2 + 4\sqrt{x} + \frac{3}{x})dx$. 2) $\int (2x^3 + 4x^2 - \frac{3}{2\sqrt{x}} + \frac{5}{2x^2})dx$.

3) $\int (2^x + 3)^2 dx$. 4) $\int (\frac{4}{\sqrt{2 - x^2}} - \frac{3}{2 + x^2})dx$.

5) $\int \frac{\sin x dx}{\sqrt[3]{3 + 2\cos x}}$, 6) $\int \frac{\ln^2 x dx}{x^2}$,

7) $\int \frac{x + 2}{x^2 + 2x + 5} dx$.

14. Вычислить определенные интегралы:

1) $\int_2^9 \frac{2dx}{\sqrt{x}}$ 2) $\int_0^{\pi/2} (2\sin x + 3\cos x)dx.$

3) $\int_0^2 2e^{2x}dx.$ 4) $\int_0^1 (2\sqrt{x} + x^2)dx.$

5) $\int_0^{0,5} \arcsin x dx$ 6) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\cos x dx$.

15. Найти площади фигур, ограниченных линиями:

1) $y= 2e^x$, $x=0$, $x=1$, $y=0$.

2) $y= 2x^2+3x+6$, $x=-1$, $x=2$, $y=0$.

3) $y= -2x^2+3x+5$, $y=0$.

16. Исследовать сходимость и вычислить сходящиеся интегралы:

1) $\int_1^{+\infty} \frac{2dx}{\sqrt{x}}$; 2) $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{2x}$; 3) $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{2x^2}$; 4) $\int_1^{+\infty} \frac{3dx}{x^a}$, $a > 0$.

Примеры задач к экзамену (по разделу «Теория вероятностей и математическая статистика»)

1. В группе из 20 студентов необходимо выбрать троих делегатов на студенческую конференцию. Сколькими различными способами можно это сделать?

2. Игральная кость подбрасывается один раз. Наблюдаемый результат – выпавшее число очков. Рассмотрим события: A_1 – выпавшее число кратно трем; A_2 – выпавшее число нечетно; A_3 – выпавшее число не меньше трех; A_4 – выпавшее число не больше двух; A_5 – выпало число от 2 до 4. Выяснить, какие из этих событий являются попарно несовместными. Сформулировать, в чем состоят события $\overline{A}_2$, $\overline{A}_3$, A_1A_2, A_1+A_2, A_1A_3, A_1+A_3, A_1A_4, A_1+A_4, A_1A_5, A_2A_3, A_2A_5, A_2+A_5, A_3A_4, A_3+A_4, A_3A_5, A_3+A_5, A_4+A_5, $A_1+A_2+A_5$.

3. На базу поступили одинаковые по объему партии холодильников с двух разных заводов. Вероятность того, что холодильник проработает без поломок в течение гарантийного срока, равна 0,85, если холодильник собран на 1-ом заводе, и 0,95, если на втором. Найти вероятность того, что наугад взятый холодильник не сломается в течение гарантийного срока.

4. Дан закон распределения ДСВ X:

x_i	-1	0	2
p_i	0,2	p	0,3

Найти: а) вероятность p; б) P (X≤0); в) P(-1<X<3); г) P(-2≤X<0); д) P(X>-1); е) функцию распределения F(x). Построить график функции распределения и полигон. Вычислить M [X] и D[X].

5. Плотность распределения вероятностей НСВ X имеет вид:

$$f(x)=\begin{cases} 0, \text{ если } x\notin[0;\pi], \\ C\sin x, \text{ если } x\in[0;\pi]. \end{cases}$$

Найти: а) константу C; б) P ($X\in[\pi/3;\ 5\pi/4]$); в) M[X]; г) функцию распределения F(x).

6. Измерения 20 случайно отобранных пакетов растворимого кофе, расфасованного станком-автоматом, дали следующие результаты:

Вес x_i	34,8	34,9	35,0	35,1	35,3
Частота n_i	2	3	4	6	5

Построить полигон (гистограмму), эмпирическую функцию распределения.

7. Цена некоторого товара в 20 магазинах была следующей:

50; 48; 47; 55; 50; 45; 50; 52; 48; 50; 52; 48; 50; 47; 50; 48; 52; 50; 50; 48.

На основе этих данных найти:

а) выборочные числовые характеристики;

б) несмещенные оценки математического ожидания, дисперсии и среднего квадратического отклонения цены товара.

8. По выборке объема n = 9 найдено среднее значение $x_в = 1.5$. Считая, что генеральная совокупность распределена по нормальному закону с $\sigma = 2$, определить интервальную оценку для математического ожидания с надежностью $\gamma = 0.95$, используя функции Excel.

9. Дана выборка:

19 20.3 15.4 17.2 19.2 23.3 18.1 21.9 15.3 16.8 13.2 20.4 16.5 19.7 20.5 14.3

20.1 16.8 14.7 20.8 19.5 15.3 19.3 17.8 16.2 15.7 22.8 21.9 12.5 10.1 21.1 18.3

14.7 14.5 18.1 18.4 13.9 19.8 18.5 20.2 23.8 16.7 20.4 19.5 17.2 19.6 17.8 21.3

17.5 19.4 17.8 13.5 17.8 11.8 18.6 19.1

Построить статистическое распределение выборки. Найти несмещенную оценку генеральной средней.

10. Два автомата производят одинаковые детали, которые поступают на общий конвейер. Производительность первого автомата вдвое больше производительности второго. Первый автомат производит в среднем 60% деталей отличного качества, а второй – 80%. Наудачу взятая с конвейера деталь оказалась отличного качества. Найти вероятность того, что эта деталь произведена первым автоматом.

Критерии оценки уровня усвоения знаний, умений и навыков по результатам зачета

Характеристика ответа	Европейская оценка	Рубежные баллы	зачёт	Уровень сформированности компетенций
Дан полный, развернутый ответ на поставленный теоретический вопрос. Студент свободно ориентируется во всех математических понятиях, умеет выделять логические и причинно-следственные связи при доказательстве теорем. Знание о предмете демонстрируется на фоне понимания его в системе данной науки и междисциплинарных связей. Ответ формулируется в терминах науки, изложен математическим языком, логичен, доказателен с использованием примеров. При ответе на вопросы студент демонстрирует применение знаний при решении практических заданий, объясняет решение задачи, опираясь на определения, теоремы и аксиомы. Причем студент не затрудняется с ответом при видоизменении практического задания.	**A**	**100-96**	**зачтено**	**Повышенный уровень сформированности компетенций**
Дан полный, развернутый ответ на поставленный теоретический вопрос. Студент свободно ориентируется во всех математических понятиях, умеет выделять логические и причинно-следственные связи при доказательстве теорем. Знание о предмете демонстрируется на фоне понимания его в системе данной науки и междисциплинарных связей. Ответ формулируется в терминах науки, изложен математическим языком, логичен, доказателен с использованием примеров. Умеет тесно увязывать теорию с практикой. Практические задания решены правильно. Могут быть допущены недочеты в определении понятий, теорем и определений, исправленные студентом самостоятельно в процессе ответа.	**A**	**95-91**	**зачтено**	
Дан полный, развернутый ответ на поставленный теоретический вопрос. Студент свободно ориентируется во всех математических понятиях, умеет выделять логические и причинно-следственные связи при доказательстве теорем. Знание о предмете демонстрируется на фоне понимания его в системе данной науки и междисциплинарных связей. В ответе допущены недочеты, исправленные студентом с помощью преподавателя. Задача решена верно, правильно обосновывается принятая методика решения задачи.	**A**	**90-86**	**зачтено**	

Дан неполный ответ на теоретический вопрос, но при этом студент владеет разносторонними навыками и приемами выполнения практических задач. Ответ на теоретический вопрос четко структурирован, логичен, изложен математическим языком. Могут быть допущены недочеты или незначительные ошибки, исправленные студентом с помощью преподавателя. Все практические задания решены верно.	**B**	**85-81**	**зачтено**	**Базовый уровень сформированности компетенций**
Дан неполный ответ на один их поставленных вопросов. Однако ответ на него четко структурирован, логичен, изложен математическим языком. Студент владеет разносторонними навыками и приемами выполнения практических задач. Ответы на дополнительные вопросы логичны, изложены в терминах науки, однако допущены незначительные ошибки или недочеты, исправленные студентом с помощью "наводящих" вопросов преподавателя. С ошибками решена одна из практических задач.	**C**	**80-76**	**зачтено**	
Студент демонстрирует достаточные теоретические и практические знания. Дан полный, но недостаточно последовательный ответ на поставленный вопрос, но при этом показано умение решать практические задачи и логически мыслить. Могут быть допущены 1-2 ошибки в определении основных понятий или решении практической задачи, которые студент затрудняется исправить самостоятельно.	**C**	**75-71**	**зачтено**	
Дан недостаточно полный и развернутый ответ на теоретические вопросы. Возможно, на один теоретический вопрос не дан ответ вообще. Логика и последовательность изложения имеют нарушения. Допущены ошибки в раскрытии понятий, употреблении терминов. Студент не способен самостоятельно выделить существенные и несущественные признаки и причинно-следственные связи. Студент не может конкретизировать обобщенные знания, доказав на примерах их основные положения только с помощью преподавателя. Математический аппарат развит слабо. Студент испытывает затруднения при выполнении практической задачи и не может связать теорию с практикой.	**D**	**70-66**	**зачтено**	**Пороговый уровень сформированности компетенций**
Дан неполный ответ на оба теоретических вопроса, логика и последовательность изложения имеют существенные нарушения. Возможно, на один теоретический вопрос не дан ответ вообще. Допущены грубые ошибки при доказательстве теорем. В ответе отсутствуют выводы. Математическая символика не используется. Студент испытывает затруднения при выполнении практических задач. Одна из задач не доведена до конца.	**E**	**65-61**	**зачтено**	

Дан неполный ответ на теоретические вопросы. Присутствует нелогичность изложения. Студент затрудняется с доказательностью на математическом языке и использовании мат.символики. Масса существенных ошибок в определениях терминов, понятий, теорем. В ответе на теоретический вопрос отсутствуют выводы. Речь математически неграмотна. При ответе на дополнительные вопросы студент начинает понимать связь между знаниями и умениями только после подсказки преподавателя. Практические задания не доведены до завершающего ответа.	**E**	**60**	**зачтено**	
Студент испытывает значительные трудности в ответе на вопросы. Присутствует масса существенных ошибок в освещении теоретических вопросов. Речь математически неграмотна. На дополнительные вопросы студент не отвечает. Практические задачи не решены. Наводящие вопросы от преподавателя не помогают студенту ответить на вопросы . Данная оценка ставится студенту, если он пойман на списывании или использовании гаджетов (телефона) для этих же целей.	**F**	**Менее 60**	**не зачтено**	**Компетенции не сформированы**

Критерии оценки уровня усвоения знаний, умений и навыков по результатам экзамена

Характеристика ответа	**Европейская оценка**	**Рубежные баллы**	**Оценка**	**Уровень сформированности компетенций**
Дан полный, развернутый ответ на поставленный теоретический вопрос. Студент свободно ориентируется во всех математических понятиях, умеет выделять логические и причинно-следственные связи при доказательстве теорем. Знание о предмете демонстрируется на фоне понимания его в системе данной науки и междисциплинарных связей. Ответ формулируется в терминах науки, изложен математическим языком, логичен, доказателен с использованием примеров. При ответе на вопросы студент демонстрирует применение знаний при решении практических заданий, объясняет решение задачи, опираясь на определения, теоремы и аксиомы. Причем студент не затрудняется с ответом при видоизменении практического задания.	**A**	**100-96**	**5+**	**Повышенный уровень сформированности компетенций**
Дан полный, развернутый ответ на поставленный теоретический вопрос. Студент свободно ориентируется во всех математических понятиях, умеет выделять логические и причинно-следственные связи при доказательстве теорем. Знание о предмете демонстрируется на фоне понимания его в системе	**A**	**95-91**	**5**	

данной науки и междисциплинарных связей. Ответ формулируется в терминах науки, изложен математическим языком, логичен, доказателен с использованием примеров. Умеет тесно увязывать теорию с практикой. Практические задания решены правильно. Могут быть допущены недочеты в определении понятий, теорем и определений, исправленные студентом самостоятельно в процессе ответа.				
Дан полный, развернутый ответ на поставленный теоретический вопрос экзаменационного билета. Студент свободно ориентируется во всех математических понятиях, умеет выделять логические и причинно-следственные связи при доказательстве теорем. Знание о предмете демонстрируется на фоне понимания его в системе данной науки и междисциплинарных связей. В ответе допущены недочеты, исправленные студентом с помощью преподавателя. Задача решена верно, правильно обосновывается принятая методика решения задачи.	**A**	**90-86**	**5-**	
Дан неполный ответ на один из двух поставленных теоретических вопросов, но при этом студент владеет разносторонними навыками и приемами выполнения практических задач. Ответ на теоретический вопрос четко структурирован, логичен, изложен математическим языком. Могут быть допущены недочеты или незначительные ошибки, исправленные студентом с помощью преподавателя. Все практические задания решены верно.	**B**	**85-81**	**4+**	**Базовый уровень сформированности компетенций**
Дан неполный ответ на один их поставленных вопросов. Однако ответ на него четко структурирован, логичен, изложен математическим языком. Студент владеет разносторонними навыками и приемами выполнения практических задач. Ответы на дополнительные вопросы логичны, изложены в терминах науки, однако допущены незначительные ошибки или недочеты, исправленные студентом с помощью "наводящих" вопросов преподавателя. С ошибками решена одна из практических задач.	**C**	**80-76**	**4**	
Студент демонстрирует достаточные теоретические и практические знания. Дан полный, но недостаточно последовательный ответ на поставленный вопрос, но при этом показано умение решать практические задачи и логически мыслить. Могут быть допущены 1-2 ошибки в определении основных понятий или решении практической задачи, которые студент затрудняется исправить самостоятельно.	**C**	**75-71**	**4-**	
Дан недостаточно полный и развернутый ответ на теоретические вопросы. Возможно, на один теоретический вопрос не дан ответ вообще. Логика и последовательность изложения имеют нарушения.	**D**	**70-66**	**3+**	**Пороговый уровень сформированности**

Допущены ошибки в раскрытии понятий, употреблении терминов. Студент не способен самостоятельно выделить существенные и несущественные признаки и причинно-следственные связи. Студент не может конкретизировать обобщенные знания, доказав на примерах их основные положения только с помощью преподавателя. Математический аппарат развит слабо. Студент испытывает затруднения при выполнении практической задачи и не может связать теорию с практикой.				
Дан неполный ответ на оба теоретических вопроса, логика и последовательность изложения имеют существенные нарушения. Возможно, на один теоретический вопрос не дан ответ вообще. Допущены грубые ошибки при доказательстве теорем. В ответе отсутствуют выводы. Математическая символика не используется. Студент испытывает затруднения при выполнении практических задач. Одна из задач не доведена до конца.	**E**	**65-61**	**3**	
Дан неполный ответ на теоретические вопросы. Присутствует нелогичность изложения. Студент затрудняется с доказательностью на математическом языке и использовании мат.символики. Масса существенных ошибок в определениях терминов, понятий, теорем. В ответе на теоретический вопрос отсутствуют выводы. Речь математически неграмотна. При ответе на дополнительные вопросы студент начинает понимать связь между знаниями и умениями только после подсказки преподавателя. Практические задания не доведены до завершающего ответа.	**E**	**60**	**3-**	
Студент испытывает значительные трудности в ответе на экзаменационные вопросы. Присутствует масса существенных ошибок в освещении теоретических вопросов. Речь математически неграмотна. На дополнительные вопросы студент не отвечает. Практические задачи не решены. Наводящие вопросы от преподавателя не помогают студенту ответить на вопросы билета. Данная оценка ставится студенту, если он пойман на списывании или использовании гаджетов (телефона) для этих же целей.	**F**	**Менее 60**	**2**	**Компетенции не сформированы**